

УЏБЕНИЦИ 5–8.
РАЗРЕДА

Учење на даљину или
из школских клупа?

СВЕЈЕДНО –
уз квалитетне уџбенике
Новог Логоса и
свеобухватну подршку
наставнику



Математика

2022/23.



У НАРЕДНИХ **45 МИНУТА** ОБУХВАТИЋЕМО СЛЕДЕЋЕ ТЕМЕ:

- Практично **искуство из учионице**
- Како уџбеници ИК Нови Логос за математику **наставу чине једноставнијом**
- Како **лакше одржати час** уз дигиталне уџбенике
- Како свеобухватни додатни материјали за наставнике **смањују ваше радно оптерећење**





МАТЕМАТИКА

5. РАЗРЕД



Аутор уџбеника и
збирке задатака:
Петар Огризовић

6. РАЗРЕД



Ауторка уџбеника:
Тамара Малић

Ауторке збирке задатака:
Тамара Малић,
Марина Јовановић
Светлик

7. РАЗРЕД



Ауторка уџбеника:
Тамара Малић

Ауторке збирке задатака:
др Марија Микић,
Јелена Сузић

8. РАЗРЕД

НОВО!



Ауторка уџбеника:
Тамара Малић

Ауторке збирке задатака:
Тамара Малић,
Јасна Маричић
Мириловић



У КОМПЛЕТУ ЗА УЧЕНИКЕ

Уџбеник и збирка задатака



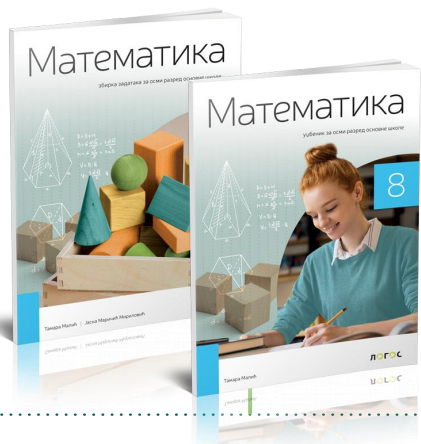
Дигитални уџбеник
И БЕЗ ИНТЕРНЕТА!



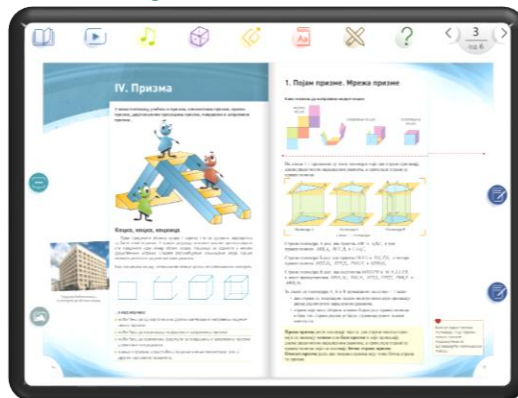
Више од **300** мултимедијалних садржаја



Бесплатни примерак
уџбеника и збирке задатака



Дигитални
уџбеник

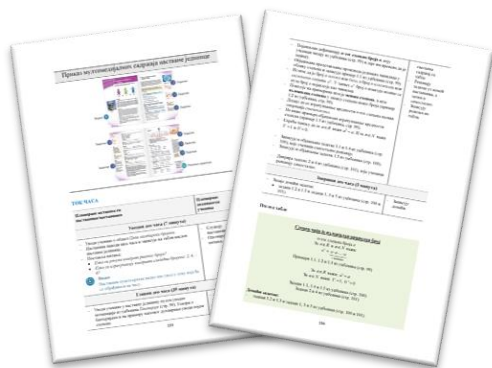


Прилагођени месечни планови и
готови материјали за онлајн
наставу



У КОМПЛЕТУ ЗА НАСТАВНИКЕ

Приручник са
дневним припремама



Одштампани
тестови



Образовна академија



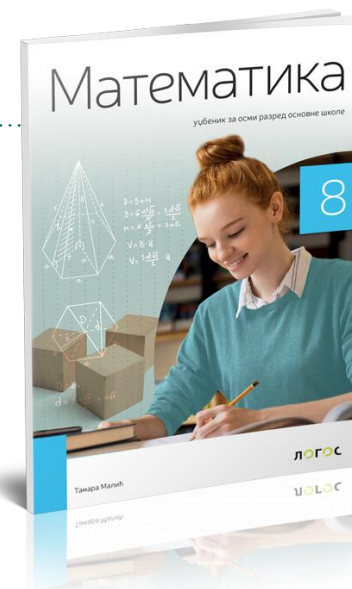
**е-ОБРАЗОВНА
АКАДЕМИЈА**

Мање стреса,
бољи резултати



11 СТВАРИ КОЈЕ ВОЛЕ НАСТАВНИЦИ

- **Јасна структура** поглавља и лекције
- **Функционална апаратура**
- **Разумљиво објашњени** математички појмови
- Разноврсни **графички прикази**
- **Илустровани** кораци конструкције
- Примери и задаци смештени **у реалан контекст**
- Задаци за **самосталан рад**
- **Кратак преглед** наученог у поглављу
- **Тестови за самоевалуацију**
- **Пројектни задаци** на крају сваке области
- Занимљиве **игре** и **логички задаци**





1 Јасна структура поглавља и лекције

Сличан себи



Романеско карфиол (деталј)

Један цвет карфиола може да се подели на цветиће. Сваки од тих цветића има облик полазног цвета. Морску обалу чине увале које личе на заливе, ртови слични полуострвима... Можда су то неки природни облици који су инспирисали Беноу Манделброта (1924–2010), пољско-француско-америчког математичара, да се посвети изучавању геометријских објеката које чине делови слични целини. Назвао их је фракталима (латински *fractus* – изломљен).

Данас је фрактална геометрија математичка дисциплина која се користи у различитим областима. У рачунарској графици за цртање терена, облака, снежних пахуља итд. користе се фрактали. Мед кристалише у фракталне облике. Крвоток има фракталну структуру. Фрактали се користе и у осмишљавању видео-игара. Занимљиве су рачунарски генерисане слике фрактала.



Романеско карфиол (деталј)

I. Сличност

У овом поглављу учићеш о пропорционалним дужима, Талесовој теорему, сличности троуглова, применама сличности...



Сличан себи

Један цвет карфиола може да се подели на цветиће. Сваки од тих цветића има облик полазног цвета. Морску обалу чине увале које личе на заливе, ртови слични полуострвима... Можда су то неки природни облици који су инспирисали Беноу Манделброта (1924–2010), пољско-француско-америчког математичара, да се посвети изучавању геометријских објеката које чине делови слични целини. Назвао их је фракталима (латински *fractus* – изломљен).

Данас је фрактална геометрија математичка дисциплина која се користи у различитим областима. У рачунарској графици за цртање терена, облака, снежних пахуља итд. користе се фрактали. Мед кристалише у фракталне облике. Крвоток има фракталну структуру. Фрактали се користе и у осмишљавању видео-игара. Занимљиве су рачунарски генерисане слике фрактала.

...а кад научиш:

- моћи ћеш да примениш Талесову теорему и сличност троуглова у геометријским задацима, да конструкцијом поделиш дуж на дати број једнаких делова и у датој размери, да израчунаш дужине страница, обиме и површине сличних троуглова;
- умећеш да израчунаваш дужине, ширине и висине објеката које не можеш непосредно да измериш;
- то знање користићеш за даље учење геометрије.

На почетку сваког поглавља дата је **кратка уводна прича** везана за област која се у поглављу обађује. Као и **преглед најважнијих знања** којима ученик треба да овлада у поглављу.

...а кад научиш:

- моћи ћеш да примениш Талесову теорему и сличност троуглова у геометријским задацима, да конструкцијом поделиш дуж на дати број једнаких делова и у датој размери, да израчунаш дужине страница, обиме и површине сличних троуглова;
- умећеш да израчунаваш дужине, ширине и висине објеката које не можеш непосредно да измериш;
- то знање користићеш за даље учење геометрије.



1 Јасна структура поглавља и лекције



Географска карта. На географској карти Србије која је рађена у размери $1 : 2\,000\,000$ удаљеност између Ваљева и Лознице јесте $3,7\text{ cm}$. Стварна удаљеност та два града јесте $74\text{ km} = 7\,400\,000\text{ cm}$.

Важи $\frac{3,7\text{ cm}}{7\,400\,000\text{ cm}} = \frac{1}{2\,000\,000}$.

Део карте Србије израђене у размери $1 : 2\,000\,000$

1. Пропорционалне дужи

Географска карта. На географској карти Србије која је рађена у размери $1 : 2\,000\,000$ удаљеност између Ваљева и Лознице јесте $3,7\text{ cm}$. Стварна удаљеност та два града јесте $74\text{ km} = 7\,400\,000\text{ cm}$.

Важи $\frac{3,7\text{ cm}}{7\,400\,000\text{ cm}} = \frac{1}{2\,000\,000}$.

Део карте Србије израђене у размери $1 : 2\,000\,000$

Свакој дужи се при датој јединици мере (јединичној дужи) додељује мерни број, тј. дужина дужи. Мерни број показује колико се пута јединична дуж садржи у мереној дужи.

Пример 1.1. Мерни број и јединица мере

а) Ако је јединица мере центиметар и ако је мерни број дужи 2, онда је дужина дужи 2 cm . У овом случају, јединична дуж се у мереној дужи садржи 2 пута.

б) Ако је јединица мере дециметар и ако је мерни број дужи $3,5$, онда је дужина дужи $3,5\text{ dm}$. У овом случају јединична дуж се у мереној дужи садржи $3,5$ пута.

Размера двеју дужи јесте количник мерних бројева тих двеју дужи, при чему су обе мерене истом јединицом мере.

Пример 1.2. Размера двеју дужи

Слика 1.1 уз пример 1.2

Размера дужи AB и CD приказаних на слици 1.1 јесте $2:3$. Записује се $AB:CD = 2:3$ или $\frac{AB}{CD} = \frac{2}{3}$.

Размера двеју дужи не зависи од изабране јединице мере којом су те дужи мерење.

ПОДСЕТИ СЕ
Размера или однос двеју величина a и b ($b \neq 0$) јесте количник $a:b$. Ако је $b \neq 0$, онда је $\frac{a}{b} = a:b$.

Јасно концептуално дефинисани и визуелно обликовани садржаји поглавља и лекција **олакшавају учење.**

Пример 1.1. Мерни број и јединица мере

а) Ако је јединица мере центиметар и ако је мерни број дужи 2, онда је дужина дужи 2 cm . У овом случају, јединична дуж се у мереној дужи садржи 2 пута.

б) Ако је јединица мере дециметар и ако је мерни број дужи $3,5$, онда је дужина дужи $3,5\text{ dm}$. У овом случају јединична дуж се у мереној дужи садржи $3,5$ пута.

Размера двеју дужи јесте количник мерних бројева тих двеју дужи, при чему су обе мерене истом јединицом мере.

Пример 1.2. Размера двеју дужи

Слика 1.1 уз пример 1.2

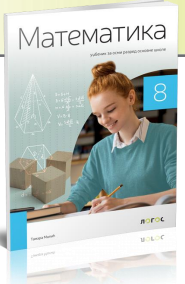
ПОДСЕТИ СЕ
Размера или однос двеју величина a и b ($b \neq 0$) јесте количник $a:b$. Ако је $b \neq 0$, онда је $\frac{a}{b} = a:b$.

На почетку сваке лекције дата је **кратка уводна мотивација:** прича, задатак или игра.

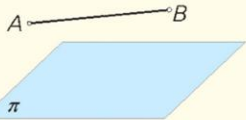
Примери, дефиниције, задаци...



2 Функционална апаратура

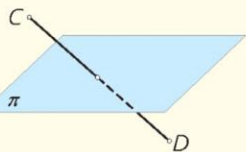


Тачке A и B јесу са исте стране равни π ако дуж AB нема заједничких тачака с равни π (слика 5.3).



Слика 5.3

Тачке C и D јесу са разних страна равни π ако не припадају равни π и ако дуж CD има тачно једну заједничку тачку с равни π (слика 5.4).



Слика 5.4

ПОДСЕТИ СЕ

За сваке две различите тачке A и B постоји тачно једна права r која садржи те тачке. У том случају права r назива се и права AB и каже се да је одређена тачкама A и B .

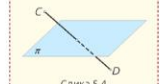
Ортогонална пројекција праве која је паралелна пројекцијској равни јесте права која је паралелна тој правој.

Тачке A и B јесу са исте стране равни π ако дуж AB нема заједничких тачака с равни π (слика 5.3).



Слика 5.3

Тачке C и D јесу са разних страна равни π ако не припадају равни π и ако дуж CD има тачно једну заједничку тачку с равни π (слика 5.4).

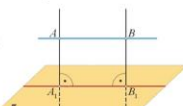


Слика 5.4

Пример 5.2. Ортогонална пројекција праве AB и дужи AB на равни π

1. **Права AB нема заједничких тачака с равни π .**

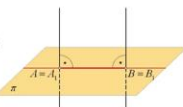
Ортогонална пројекција праве AB на равни π јесте права A_1B_1 . Праве AB и A_1B_1 јесу паралелне.



Ортогонална пројекција дужи AB на равни π јесте дуж A_1B_1 . Дужи AB и A_1B_1 једнаких су дужина.

2. **Права AB припада равни π .**

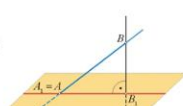
Ортогонална пројекција праве AB на равни π јесте права A_1B_1 . Праве AB и A_1B_1 се поклапају.



Ортогонална пројекција дужи AB на равни π јесте дуж A_1B_1 . Дужи AB и A_1B_1 се поклапају.

3. **Права AB продире равни π у тачки A и није нормална на равни π .**

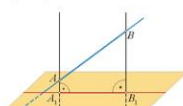
Ортогонална пројекција праве AB на равни π јесте права A_1B_1 . Праве AB и A_1B_1 се секу. Пресечна тачка тих правих јесте тачка $A_1 = A$.



Ортогонална пројекција дужи AB на равни π јесте дуж A_1B_1 . Дужина дужи A_1B_1 мања је од дужине дужи AB .

4. **Права AB продире равни π у тачки која је различита од тачака A и B . Тачке A и B јесу са исте стране равни π .**

Ортогонална пројекција праве AB јесте права A_1B_1 . Праве AB и A_1B_1 се секу.

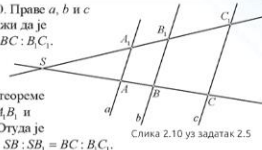


Ортогонална пројекција дужи AB на равни π јесте дуж A_1B_1 . Дужина дужи A_1B_1 мања је од дужине дужи AB .

Корелација – занимљиви садржаји из разних области

Задатак 2.5

Посматрај слику 2.10. Праве a , b и c јесу паралелне. Докажи да је $SA : SA_1 = AB : A_1B_1 = BC : B_1C_1$.



Слика 2.10 уз задатак 2.5

Решење

На основу Талесове теореме важи $SA : SA_1 = AB : A_1B_1$ и $SB : SB_1 = BC : B_1C_1$. Отуда је $SA : SA_1 = AB : A_1B_1$ и $SB : SB_1 = BC : B_1C_1$. Такође, на основу Талесове теореме важи $SA : SB = SA_1 : SB_1$. Отуда је $SA : SA_1 = SB : SB_1$. Како је $SA : SA_1 = AB : A_1B_1$, $SA : SA_1 = SB : SB_1$ и $SB : SB_1 = BC : B_1C_1$, следи $SA : SA_1 = AB : A_1B_1 = BC : B_1C_1$.

Примети да ако је у задатку 2.5 $SA = AB = BC$, онда је $SA_1 = A_1B_1 = B_1C_1$.

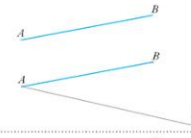
Задатак 2.6

Дату дуж AB подели на три једнака дела.

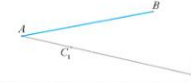
Решење

Дата је дуж AB .

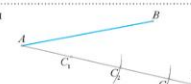
1. Конструисати полуправу Ap .



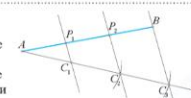
2. На полуправи Ap одабери произвољну тачку различиту од тачке A и обележи је са C_1 .



3. На полуправи Ap конструисати тачке C_2 и C_3 тако да је $AC_1 = C_1C_2 = C_2C_3$.



4. Конструисати праву одређену тачкама B и C_1 , а онда конструисати праве које садрже тачке C_2 и C_3 и паралелне су с правом BC_1 . Пресечне тачке тих правих и дужи AB обележи са P_1 и P_2 .



На основу напомене дате после задатка 2.5 описаном конструкцијом дуж AB подељена је тачкама P_1 и P_2 на три једнака дела.

С

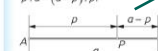
Један од геодетских инструмената за мерење углова у природи јесте теодолит. Први теодолит конструисан је у Немачкој у 16. веку. Теодолитом се мера угла одређује тако што се одреди по једна тачка на крајима угла и теодолит постави у теме тог угла.



Теодолит

С

Дуж је подељена у размери златног пресека ако се већи део према целој дужи односи као мањи део према већем делу. Дуж AB подељена је тачком P у размери златног пресека. Важи: $p : a = (a - p) : p$.



Од античких времена до данас димензије одређене златним пресеком користиле су се у изградњи грађевина чувених по својој лепоти.

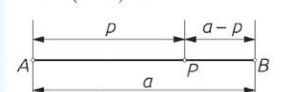


Храм Партенон, 5. век п. н. е. (Атински акропољ, Грчка)

С

Дуж је подељена у размери златног пресека ако се већи део према целој дужи односи као мањи део према већем делу.

Дуж AB подељена је тачком P у размери златног пресека. Важи: $p : a = (a - p) : p$.



Од античких времена до данас димензије одређене златним пресеком користиле су се у изградњи грађевина чувених по својој лепоти.



Храм Партенон, 5. век п. н. е. (Атински акропољ, Грчка)

Битно –

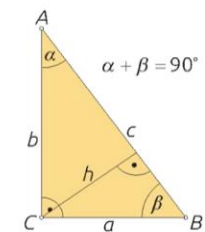
издвојени битни садржаји



2 Функционална апаратура

ПОДСЕТИ СЕ

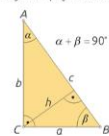
Правоугли троугао јесте троугао чији је један угао прав. На слици 4.2 дужи a и b су катете, дуж c хипотенуза и дуж h висина која одговара хипотенузи правоуглог троугла ABC .



Слика 4.2. Правоугли троугао

ПОДСЕТИ СЕ

Правоугли троугао јесте троугао чији је један угао прав. На слици 4.2 дужи a и b су катете, дуж c хипотенуза и дуж h висина која одговара хипотенузи правоуглог троугла ABC .



Слика 4.2. Правоугли троугао

Подножје висине која одговара хипотенузи дели хипотенузу на два одсечка. Дужина катете је геометријска средина дужине хипотенузе и дужине одсечка који стoji катетом има заједнички крај.

4. Примена сличности троуглова на правоугли троугао

Правоугли троугао. Ако су α и β оштри углови правоуглог троугла, онда је $\alpha + \beta = 90^\circ$. Ако направиш модел правоуглог троугла од картона и пресечеш га по висини која одговара хипотенузи, добићеш моделе два правоугла троугла која су слична првобитном.

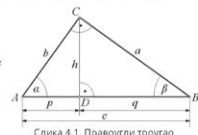


Геометријска средина позитивних бројева a и b јесте позитиван број x такав да је $a : x = x : b$.

Пример 4.1. Геометријска средина

- а) Геометријска средина бројева 9 и 4 јесте $\sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{36} = 6$.
- б) Геометријска средина бројева 5 и 45 јесте $\sqrt{5 \cdot 45} = \sqrt{225} = 15$.

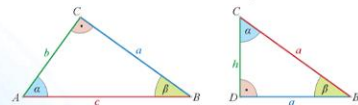
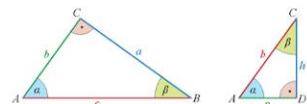
Нека је троугао ABC правоугли с правим углом чије је теме C и нека подножје висине из темена C , тачка D , дели хипотенузу на одсечке p и q (слика 4.1).



Слика 4.1. Правоугли троугао

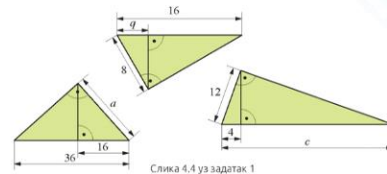
Важи:

- $\triangle ABC \sim \triangle ACD$, па је $a : h = b : p = c : h$.
Како је $b : p = c : h$, то је $b^2 = cp$, тј. $b = \sqrt{cp}$.
- $\triangle ABC \sim \triangle CBD$, па је $a : q = b : h = c : a$.
Како је $a : q = c : a$, то је $a^2 = cq$, тј. $a = \sqrt{cq}$.



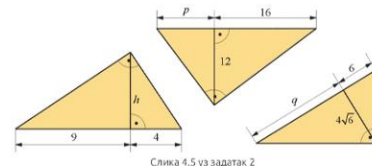
Решит задатке

1. Посматрај слику 4.4. Одреди a , c и q .



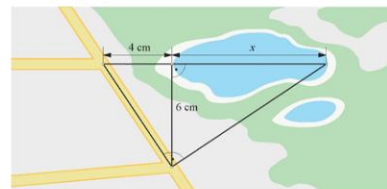
Слика 4.4 уз задатак 1

2. Посматрај слику 4.5. Одреди h , p и q .



Слика 4.5 уз задатак 2

3. Посматрај слику 4.6, која је рађена у размери 1:100 000. Одреди стварно растојање x .



Слика 4.6 уз задатак 3

4. Конструирај дуж дужине $\sqrt{15}$ cm.

5. Висина правоуглог троугла која одговара хипотенузи има дужину 6 cm и дели хипотенузу у односу 1:9. Израчунај обим и површину тог троугла.

Требало би да знаш...

- како се одређују дужине катета правоуглог троугла ако су дате дужине хипотенузе и дужине одсечка на које је хипотенуза подељена подножјем одговарајуће висине;
- како се одређује дужина висине правоуглог троугла ако су дате дужине одсечка на које је хипотенуза подељена подножјем те висине;
- како се конструира геометријска средина двеју датих дужи.

Требало би да знаш – кључни појмови лекције

Требало би да знаш...

- како се одређују дужине катета правоуглог троугла ако су дате дужине хипотенузе и дужине одсечка на које је хипотенуза подељена подножјем одговарајуће висине;
- како се одређује дужина висине правоуглог троугла ако су дате дужине одсечка на које је хипотенуза подељена подножјем те висине;
- како се конструира геометријска средина двеју датих дужи.

Подсети се – кратко подсећање на раније усвојена математичка знања и појмове



3 Разумљиво објашњени математички појмови



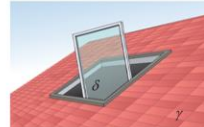
Један од великих проблема с којим се човечанство суочава јесте загађење животне средине. Енергија сунца (соларна енергија), као најчистији извор енергије, сматра се енергијом будућности. Соларни панели садрже соларне ћелије које претварају сунчеву у електричну енергију.



Соларни панели на крову

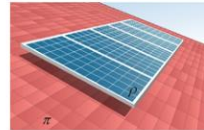
ПОДСЕТИ СЕ
Две равне a и b које се секу одређују четири конвексна угла. По два од та четири угла су једнака. Сваки од тих углова јесте угао између правих a и b . Ако је позната мера једног од тих углова могу се одредити и мере преостала три угла.

б) Посматрај слику 4.3. Равни γ и δ се секу.



Слика 4.3 уз пример 4.1б

в) Посматрај слику 4.4. Равни π и ρ немају заједничких тачака.

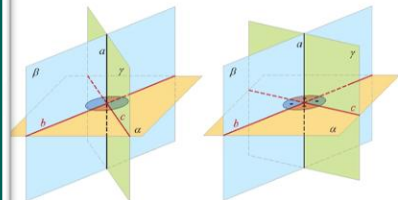


Слика 4.4 уз пример 4.1в

Две равни су паралелне ако се поклапају или ако немају заједничких тачака.

У примеру 4.1а равни α и β су паралелне. Такође, у примеру 4.1в равни π и ρ су паралелне.

Посматрај слику 4.5. Равни β и γ секу се по правој a , а равна α нормална је на правој a . Права b је пресечна права равни β и α , а права c је пресечна права равни γ и α . Угао између равни β и γ сте сваки од четири угла између правих b и c .

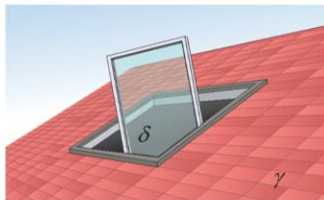


Слика 4.5. Угао између две равни β и γ Слика 4.6. Узајамно нормалне равни β и γ

Две равни су узајамно нормалне ако се секу и ако је сваки од етири углова између њих прав.

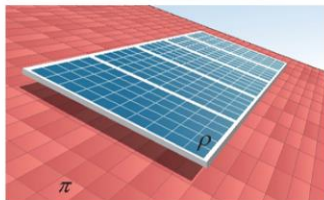
Равни β и γ , приказане на слици 4.6, су узајамно нормалне.

б) Посматрај слику 4.3. Равни γ и δ се секу.



Слика 4.3 уз пример 4.1б

в) Посматрај слику 4.4. Равни π и ρ немају заједничких тачака.



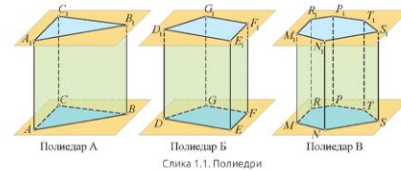
Слика 4.4 уз пример 4.1в

1. Појам призме. Мрежа призме

Како можеш да направиш модел коцке



На слици 1.1 приказани су неки полиедри чије две стране припадају двома различитим паралелним равнинама, а преостале стране су правоугаоници.



Стране полиедра А јесу два троугла ABC и $A_1B_1C_1$ и три правоугаоника ABB_1A_1 , BCC_1B_1 и CAA_1C_1 .

Стране полиедра Б јесу два трапеза $DEFG$ и $D_1E_1F_1G_1$, и четири правоугаоника DEE_1D_1 , EFF_1E_1 , FGG_1F_1 и GDD_1G_1 .

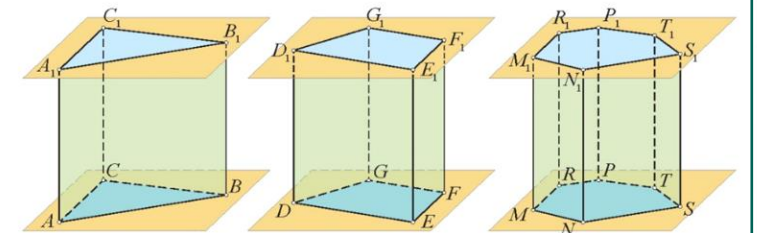
Стране полиедра В јесу два шестоугла $MNSTPR$ и $M_1N_1S_1T_1P_1R_1$ и шест правоугаоника MNN_1M_1 , NSS_1N_1 , STT_1S_1 , $TPPT_1$, PRR_1P_1 и MRR_1M_1 .

За сваки од полиедра А, Б и В приказаних на слици 1.1 важи:

- две стране су подударни равни многоуглови који припадају двома различитим паралелним равнинама;
- стране које нису обојене плавом бојом јесу правоугаоници и број тих страна једнак је броју страница једног плавог многоугла.

Права призма јесте полиедар чије су две стране многоуглови који се називају **основе** или **базе** призме и који припадају двома различитим паралелним равнинама, а преостале стране су правоугаоници који се називају **бочне стране** призме. **Омотач** призме јесте део површи призме коју чине бочне стране те призме.

На слици 1.1 приказани су неки полиедри чије две стране припадају двома различитим паралелним равнинама, а преостале стране су правоугаоници.



Полиедар А

Полиедар Б

Полиедар В

Слика 1.1. Полиедри

Нови математички појмови су разумљиво објашњени и прилагођени узрасту ученика.



4 Разноврсни графички прикази

2. Површина пирамиде

Тетраедар. Ову активност реализирајте у пару. Потребно је да припремите прибор за цртање, маказе, лепак и картон.
 1) На картону конструишите мрежу правилног тетраедра чија ивица има дужину 6 cm. Затим направите модел тог тетраедра.
 2) Израчунајте колико сте картона потрошили за прављење модела правилног тетраедра.

Површина пирамиде јесте површина мреже те пирамиде.

Површина пирамиде једнака је збиру површина основе и омотача пирамиде. Ако је P површина, B површина основе и M површина омотача пирамиде, онда је $P = B + M$.

ПОДСЕТИ СЕ

$$p = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

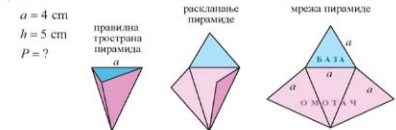


Једнакокрајни триаголник

ПОДСЕТИ СЕ

$$P = \frac{ah}{2} = \frac{bh}{2}$$

Пример 2.1. Површина правилне троуглаоне пирамиде чија је основна ивица a и апотема h



Слика 2.1 уз пример 2.1

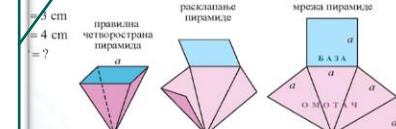
$a = 4 \text{ cm}$
 $h = 5 \text{ cm}$
 $P = ?$

$$P = B + M$$

$$B = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$M = 3 \cdot \frac{ah}{2}$$

Пример 2.2. Површина правилне четворуглаоне пирамиде чија је основна ивица a и апотема h



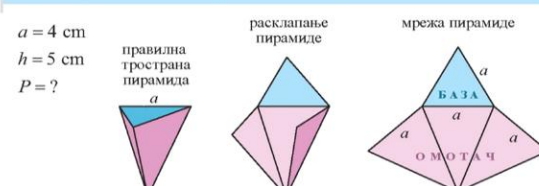
Слика 2.2 уз пример 2.2

$a = 4 \text{ cm}$
 $h = 4 \text{ cm}$
 $P = ?$

$$B = a^2$$

$$M = 4 \cdot \frac{ah}{2}$$

Пример 2.1. Површина правилне троуглаоне пирамиде чија је основна ивица a и апотема h



Слика 2.1 уз пример 2.1

$a = 4 \text{ cm}$
 $h = 5 \text{ cm}$
 $P = ?$

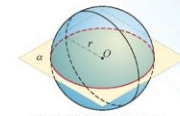
$$P = B + M$$

$$B = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$M = 3 \cdot \frac{ah}{2}$$

$$P = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2 + 30 \text{ cm}^2 = 2(2\sqrt{3} + 15) \text{ cm}^2$$

Велики круг лопте јесте пресек лопте и равни која садржи центар те лопте (слика 3.7).



Слика 3.7. Велики круг лопте

Задатак 3.2
 Израчунај површину пресека лопте полупречника дужине 5 cm и равни α чије је растојање од центра лопте 3 cm.

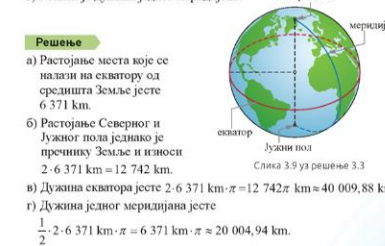


Слика 3.8 уз решење 3.2

Решење
 Посматрај слику 3.8. Тачка O је центар, дуж OA полупречник лопте, а тачка S подножје нормале из тачке O на равни α . Пресек лопте и равни α јесте круг с центром S и полупречником SA . На основу Питагорине теореме важи $OA^2 = OS^2 + SA^2$, тј. $(5 \text{ cm})^2 = (3 \text{ cm})^2 + SA^2$. Отуда је $SA = 4 \text{ cm}$. Површина пресека лопте и равни α јесте $SA^2 \cdot \pi = (4 \text{ cm})^2 \cdot \pi = 16\pi \text{ cm}^2$.

Задатак 3.3
 Полупречник Земље има дужину 6 371 km.

- а) Колико је растојање места које се налази на екватору од средишта Земље?
- б) Колико је растојање Северног и Јужног пола?
- в) Колика је дужина екватора? Узми $\pi \approx 3,14$.
- г) Колика је дужина једног меридијана?



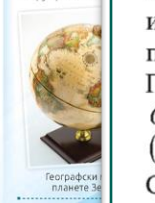
Слика 3.9 уз решење 3.3

Решење
 а) Растојање места које се налази на екватору од средишта Земље јесте 6 371 km.
 б) Растојање Северног и Јужног пола једнако је пречнику Земље и износи 2 · 6 371 km = 12 742 km.
 в) Дужина екватора јесте $2 \cdot 6\,371 \text{ km} \cdot \pi = 12\,742\pi \text{ km} \approx 40\,009,88 \text{ km}$.
 г) Дужина једног меридијана јесте $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6\,371 \text{ km} \cdot \pi = 6\,371 \text{ km} \cdot \pi \approx 20\,004,94 \text{ km}$.

Полупречник великог круга лопте једнак је полупречнику лопте.

Планета Земља приближно има облик лопте. Оса Земље је замишљена права која садржи Северни и Јужни пол. Положај неких места на нашој планети одређен је географском ширином и географском дужином које се одређују помоћу замишљених кружница и полукружница на површини Земље. Те кружнице називају се паралеле, а полукружнице називају се меридијани.

Паралеле су замишљене праве које су нормалне на полупречнику на екватору и узимају паралела. Географска вредност од 90° , према северној или јужној ширини, или према меридијану су замишљене праве које су нормалне на Северном и Јужном нулти меридијану се онај који пролази Опсерваторију у Лондону. Географска вредност од 0° у смеру према западу.



Географска планета Земље

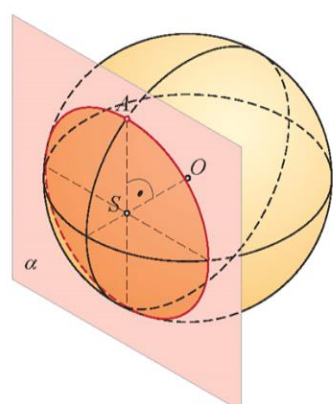
Графички прикази омогућавају **лакше разумевање и усвајање новог градива.**

Задатак 3.2

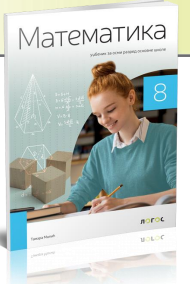
Израчунај површину пресека лопте полупречника дужине 5 cm и равни α чије је растојање од центра лопте 3 cm.

Решење

Посматрај слику 3.8. Тачка O је центар, дуж OA полупречник лопте, а тачка S подножје нормале из тачке O на равни α . Пресек лопте и равни α јесте круг с центром S и полупречником SA . На основу Питагорине теореме важи $OA^2 = OS^2 + SA^2$, тј. $(5 \text{ cm})^2 = (3 \text{ cm})^2 + SA^2$. Отуда је $SA = 4 \text{ cm}$. Површина пресека лопте и равни α јесте $SA^2 \cdot \pi = (4 \text{ cm})^2 \cdot \pi = 16\pi \text{ cm}^2$.

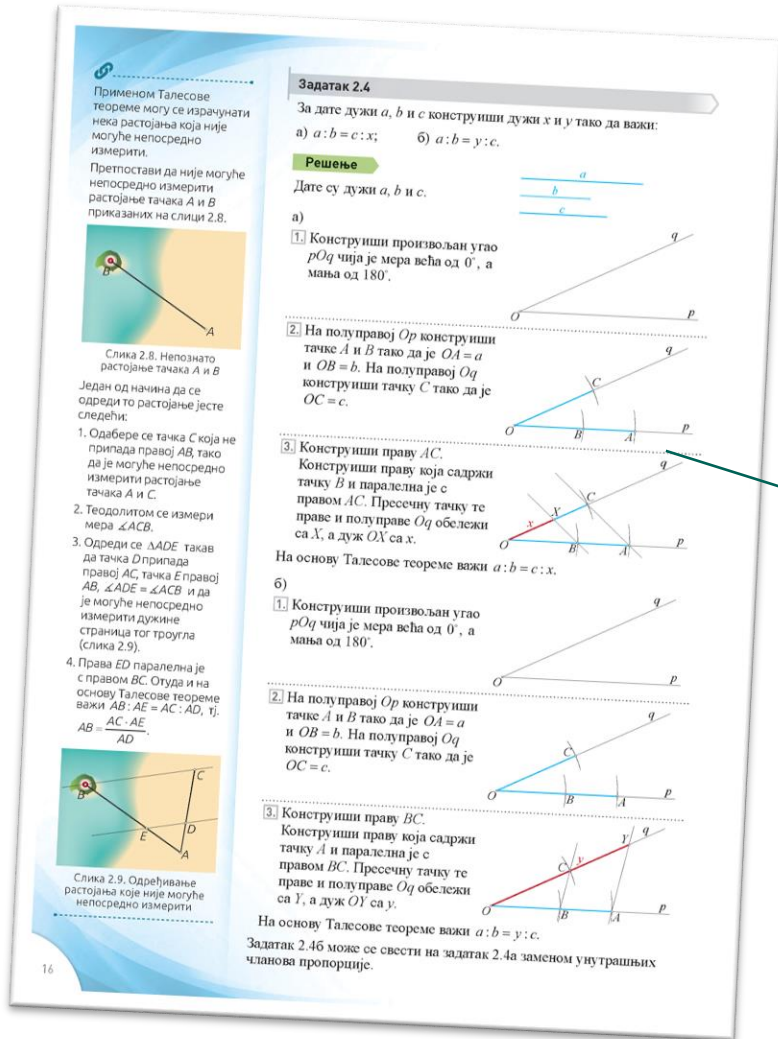


Слика 3.8 уз решење 3.2



5 Илустровани кораци конструкције

Приказ конструкције уз објашњене кораке омогућава ученику да **лакше схвати** и **усвоји** како се та конструкција изводи.



а)

1. Конструиши произвољан угао pOq чија је мера већа од 0° , а мања од 180° .

2. На полуправој Op конструиши тачке A и B тако да је $OA=a$ и $OB=b$. На полуправој Oq конструиши тачку C тако да је $OC=c$.

3. Конструиши праву AC .
Конструиши праву која садржи тачку B и паралелна је с правом AC . Пресечну тачку те праве и полуправе Oq обележи са X , а дуж OX са x .

На основу Талесове теореме важи $a:b=c:x$.



6 Примери и задаци смештени у реалан контекст



Ако две праве имају бар једну заједничку тачку, онда су те две праве компланарне.

Две праве су мимопаралелне ако не припадају једној равни.

Мачевање је борилачка вештина позната још од античких времена. Мачевање је и вид спорта. Противници у спортском мачевању користе одговарајућу заштитну опрему за цело тело да би се избегле повреде. Ова спортска активност развија окретност, брзину, координацију и равнотежу. Спортско мачевање је део модерних Олимпијских игара од 1896. године.

Спортско мачевање

2) Ако су две праве некомпланарне, могућ је један узajамни однос тих двеју правах у зависности од њихових заједничких тачака.

а) Две праве немају заједничких тачака. У том случају каже се и да су праве мимопаралелне.

Пример 2.2. Узajамни однос двеју правах

а) Посматрај слику 2.4. Праве a и b се поклапају.

б) Посматрај слику 2.5. Праве c и d се секу.

в) Посматрај слику 2.6. Праве e и f припадају једној равни и немају заједничких тачака.

г) Посматрај слику 2.7. Праве g и h су мимопаралелне.

Слика 2.4 уз пример 2.2а

Слика 2.5 уз пример 2.2б

Слика 2.6 уз пример 2.2в

Слика 2.7 уз пример 2.2г

б) Посматрај слику 2.5. Праве c и d се секу.

Слика 2.5 уз пример 2.2б

в) Посматрај слику 2.6. Праве e и f припадају једној равни и немају заједничких тачака.

Слика 2.6 уз пример 2.2в

Примери и задаци смештени у реалан контекст служе да **приближе** **градиво** ученицима и да укажу на примену математичких знања.

Задатак 6.3

Аутомобил се кретао брзином 72 km/h када је возач почео да кочи. Од тог тренутка аутомобил се кретао равномерно успорено праволинијски са успорењем 5 m/s^2 све док се није зауставио. Колико се времена аутомобил кретао брзином која није већа од 54 km/h ?

Решење

1. Познато је:

- Брзина аутомобила у почетном тренутку је



72 + 2x ≤ 200 / -72
2x ≤ 128 / :2
x ≤ 64

5. За свако x такво да је $0 < x ≤ 64$ важи $2 \cdot 36 + 2 \cdot 64 ≤ 200$ и $x > 0$.

6. Дужина друге стране правогаоника мања је или једнака од 64 m , а већа од 0 m .

Задатак 6.3

Аутомобил се кретао брзином 72 km/h када је возач почео да кочи. Од тог тренутка аутомобил се кретао равномерно успорено праволинијски са успорењем 5 m/s^2 све док се није зауставио. Колико се времена аутомобил кретао брзином која није већа од 54 km/h ?

Решење

1. Познато је:

- Брзина аутомобила у почетном тренутку је $72 \text{ km/h} = 72 \cdot 1000 \text{ m} / 3600 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$.
- Брзина аутомобила треба да буде мања од или једнака $54 \text{ km/h} = 54 \cdot 1000 \text{ m} / 3600 \text{ s} = 15 \text{ m/s}$.
- Успорење аутомобила је 5 m/s^2 .
- Брзина аутомобила у тренутку заустављања је 0 m/s .

2. Непозната величина јесте време протекло од тренутка почетка кочења до тренутка заустављања, током ког се аутомобил кретао брзином мањом од или једнаком 15 m/s . Нека је то време $t \text{ s}$.

3. Брзина аутомобила након $t \text{ s}$, од тренутка почетка кочења до тренутка заустављања, јесте $(20 - 5t) \text{ m/s}$. Дакле, одговарајуће неједначице гласе $20 - 5t ≤ 15$ и $20 - 5t ≥ 0$.

4. $20 - 5t ≤ 15 / -20$ $20 - 5t ≥ 0 / -20$
 $-5t ≤ -5 / :(-5)$ $-5t ≥ -20 / :(-5)$
 $t ≥ 1$ $t ≤ 4$

5. За свако t такво да је $1 ≤ t ≤ 4$ важи $20 - 5t ≤ 15$ и $20 - 5t ≥ 0$. Узгледно време током ког се аутомобил кретао брзином мањом од 15 m/s јесте $4 \text{ s} - 1 \text{ s} = 3 \text{ s}$.



7 Задачи за самосталан рад

Реши задатке

- Површина једне стране кошке је 5 dm^2 . Колика је површина те кошке?
- Колико је лима потребно за израду контејнера облика квадрата који је приказан на слици 2.9?

Слика 2.9 уз задатак 2

- Нека је a основна ивица, H висина и P површина призме. Који бројеви треба да замене знак \odot у табели 2.1?

	a	H	P
Правила троугаона призма	6 cm	3 cm	$\odot \text{ cm}^2$
Правила четвороугаона призма	4 dm	2,5 dm	$\odot \text{ dm}^2$
Правила шестострана призма	1 m	$2\sqrt{3} \text{ m}$	$\odot \text{ m}^2$

- Емина је од 35 коцкица чија ивица има дужину 1 cm направила геометријско тело које је приказано на слици 2.10. Колика је површина тог тела?

Слика 2.10 уз задатак 4

- Столар Јова имао је комад дрвета облика квадрата (слика 2.11). Пресекао је тај комад на два дела по црвеној линији приказаној на слици.
 - Који облик имају добијени делови?
 - Израчунај површине добијених делова. Резултат прикажи у квадратним центиметрима и заокругли га на две децимале.

Слика 2.11 уз задатак 5

Требало би да знаш...

- шта је и како се израчунава површина призме.

5 Столар Јова имао је комад дрвета облика квадрата (слика 2.11). Пресекао је тај комад на два дела по црвеној линији приказаној на слици.

- Који облик имају добијени делови?
- Израчунај површине добијених делова. Резултат прикажи у квадратним центиметрима и заокругли га на две децимале.

Слика 2.11 уз задатак 5

2 Наташа је графички решавала системе од две линеарне једначине с две непознате (слика 1.4), али није записала скупове решења. Запиши скупове решења тих система.

а)

б)

в)

На крају сваке лекције се налазе задаци за **самосталан рад**. Задаци су поређани по сложености у **три нивоа**. **Решења** задатака су дата на крају уџбеника.

Требало би да знаш...

- шта су линеарна једначина с две непознате, решење линеарне једначине с две непознате и скуп решења линеарне једначине с две непознате;
- кад су две једначине с две непознате еквивалентне;
- шта је систем од две линеарне једначине с две непознате, решење система од две линеарне једначине с две непознате и скуп решења система од две линеарне једначине с две непознате;
- кад су два система од две линеарне једначине с две непознате еквивалентна.

2 Наташа је графички решавала системе од две линеарне једначине с две непознате (слика 1.4), али није записала скупове решења. Запиши скупове решења тих система.

а)

б)

в)

Слика 1.4 уз задатак 2

3 Александар је графичком методом решио систем од две линеарне једначине с две непознате. То решење приказано је на слици 1.5.

Слика 1.5 уз задатак 3

Који је од наведених система Александар решио?

- $\begin{cases} x+3=0 \\ y-1=0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x+3=0 \\ y+1=0 \end{cases}$
- $\begin{cases} x-3=0 \\ y+1=0 \end{cases}$

4 Графичком методом реши систем једначина: $\begin{cases} 2x+y=-4 \\ x-y=1 \end{cases}$

5 Који су од наведених система еквивалентни?

- $\begin{cases} 6x+10y=-15 \\ 3x+5y=5 \end{cases}$
- $\begin{cases} 3y-3=0 \\ \frac{1}{2}y=\frac{1}{2} \end{cases}$
- $\begin{cases} 3x-y=0 \\ x=\frac{1}{3}y \end{cases}$
- $\begin{cases} x+3=0 \\ -x+y=0 \end{cases}$



8 Кратак преглед наученог у поглављу

ЗАПАМТИ

Стр. 127 ◀ Пирамида је поледар чија је једна страна многоугао који се назива **основа база пирамиде**, а престале стране су троуглови који имају једно заједничко и који се називају **бочне стране пирамиде**. **Омотач пирамиде** јесте део површине коју чине бочне стране пирамиде. **Врх пирамиде** јесте заједнички те бочних страна те пирамиде.

Стр. 138 ◀ **Површина пирамиде** једнака је збиру површина основе и омотача пирамиде. Ако је P површина, B површина основе и M површина омотача пирамиде, онда је $P = B + M$.

Стр. 142 ◀ **Запремина пирамиде** једнака је трећини производа површине основе и дужине висине пирамиде. Ако је V запремина, B површина основе и H дужина висине пирамиде, онда је $V = \frac{1}{3}BH$.

ПРАВИЛНА ТРОСТРАНА ПИРАМИДА
 $B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ $M = 3\frac{ah}{2}$ $P = B + M$ $V = \frac{1}{3}BH$
 $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

ПРАВИЛНА ЧЕТВОРОСТРАНА ПИРАМИДА
 $B = a^2$ $M = 4\frac{ah}{2} = 2ah$ $P = B + M$ $V = \frac{1}{3}BH$
 $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ $r = \frac{a}{2}$

ПРАВИЛНА ШЕСТОСТРАНА ПИРАМИДА
 $B = 3a^2\sqrt{3}$ $M = 6\frac{ah}{2} = 3ah$ $P = B + M$ $V = \frac{1}{3}BH$
 $R = a$ $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Стр. 142 ◀ **Запремина пирамиде** једнака је трећини производа површине основе и дужине висине пирамиде, онда је $V = \frac{1}{3}BH$.

ПРАВИЛНА ТРОСТРАНА ПИРАМИДА
 $B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ $M = 3\frac{ah}{2}$ $P = B + M$ $V = \frac{1}{3}BH$
 $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

ПРАВИЛНА ЧЕТВОРОСТРАНА ПИРАМИДА
 $B = a^2$ $M = 4\frac{ah}{2} = 2ah$ $P = B + M$ $V = \frac{1}{3}BH$
 $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ $r = \frac{a}{2}$

ПРАВИЛНА ШЕСТОСТРАНА ПИРАМИДА
 $B = 3a^2\sqrt{3}$ $M = 6\frac{ah}{2} = 3ah$ $P = B + M$ $V = \frac{1}{3}BH$
 $R = a$ $r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Стр. 74 ◀ **Линеарна једначина с једном непознатом x** јесте једначина облика $ax + b = 0$, при чему су $a, b \in R$.

```

    graph TD
      A["a, b ∈ R  
ax + b = 0 / -b  
ax = -b"] --> B{"Да ли је  
a = 0?"}
      B -- Не. --> C["R_e = { -b / a }"]
      B -- Да. --> D{"Да ли је  
b = 0?"}
      D -- Не. --> E["R_e = ∅"]
      D -- Да. --> F["R_e = R"]
    
```

Стр. 86 ◀ Нека су L и D изрази од којих је бар један с једном или више променљивих. Тада су

Стр. 74 ◀ **Линеарна једначина с једном непознатом x** јесте једначина облика $ax + b = 0$, при чему су $a, b \in R$.

```

    graph TD
      A["a, b ∈ R  
ax + b = 0 / -b  
ax = -b"] --> B{"Да ли је  
a = 0?"}
      B -- Не. --> C["R_e = { -b / a }"]
      B -- Да. --> D{"Да ли је  
b = 0?"}
      D -- Не. --> E["R_e = ∅"]
      D -- Да. --> F["R_e = R"]
    
```

Стр. 86 ◀ Нека су L и D изрази од којих је бар један с једном или више променљивих. Тада су $L < D$, $L > D$, $L \leq D$ и $L \geq D$ неједначине. **Неједначине** $L < D$, $L > D$, $L \leq D$ и $L \geq D$ јесу неједначине с неком променљивом ако је бар један од изрази, L или D , израз с том променљивом.

Стр. 89 ◀ **Правило замене.** Ако се у датој неједначини лева или десна страна замени еквивалентним изразом, добија се неједначина еквивалентна датој.

Стр. 89 ◀ **Правило додавања.** Ако се и левој и десној страни дате неједначине дода исти полином, добија се неједначина еквивалентна датој.

Стр. 90 ◀ **Правило множења позитивним бројем.** Ако се и лева и десна страна дате неједначине помноже истим позитивним бројем, добија се неједначина еквивалентна датој.

Стр. 90 ◀ **Правило множења негативним бројем.** Ако се и лева и десна страна дате неједначине помноже истим негативним бројем, а знак неједнакости промени ($<$ у $>$, $>$ у $<$, \leq у \geq , \geq у \leq), добија се неједначина еквивалентна датој.

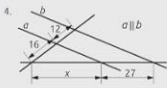

На крају свакаког поглавља налази се кратак **преглед наученог** у том поглављу. Уз сваки издвојени појам дато је и упућивање на страну уџбеника где се тај појам помиње.



9 Тестови за самоевалуацију


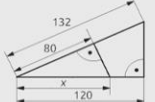


Прочитај задатак, размисли, па изабери тачан одговор. **ПРОВЕРИ ШТА ЗНАШ**

ЗАДАТАК	А	Б	В	Г
1. Ако је $a:b=2:3$, онда је	$a=4$	$a=6$	$a=9$	$a=36$
2. У једнакокракном троуглу самерљиве су дужине	полупречника уписане кружнице и странице	полупречника описане кружнице и странице	висине и странице	полупречника уписане и описане кружнице
3. Ако два угла троугла имају мере 70° и 30° , онда два угла њему сличног троугла имају мере	30° и 90°	20° и 80°	30° и 80°	30° и 60°
4. 	$x=31$	$x=34$	$x=35$	$x=36$
5. У тренутку када јарбол висине 3 m има сенку дужине 5 m, зграда има сенку дужине 60 m. Висина зграде је	36 m	58 m	100 m	120 m
6. Висина правоуглог троугла која одговара хипотенузи дели хипотенузу на одсечке чије су дужине 12 cm и 4 cm. Дужина те висине је	4 cm	$4\sqrt{2}$ cm	$4\sqrt{3}$ cm	8 cm
7. Свака два	једнакокрака троугла су слична	једнакокракна троугла су слична	правоугла троугла су слична	оштроугла троугла су слична
8. 	$x=1980$	$x=90$	$x=198$	$x=88$
9. Коefицијент сличности два слична троугла јесте 3. Тада су	углови једног троугла три пута већи од одговарајућих углова другог троугла	дужине страница једног троугла једнак дужинама одговарајућих страница другог троугла	углови једног троугла три пута мањи од одговарајућих углова другог троугла	дужине страница једног троугла три пута веће од одговарајућих страница другог троугла
10. Однос површина сличних троуглова једнак је једнакосту	дужина страница тих троуглова	обима тих троуглова	дужина висина тих троуглова	квдрата дужина страница тих троуглова

Начин бодовања: сваки тачан одговор доноси један бод.



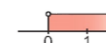
4. 	$x=31$	$x=34$	$x=35$	$x=36$
5. У тренутку када јарбол висине 3 m има сенку дужине 5 m, зграда има сенку дужине 60 m. Висина зграде је	36 m	58 m	100 m	120 m
6. Висина правоуглог троугла која одговара хипотенузи дели хипотенузу на одсечке чије су дужине 12 cm и 4 cm. Дужина те висине је	4 cm	$4\sqrt{2}$ cm	$4\sqrt{3}$ cm	8 cm
7. Свака два	једнакокрака троугла су слична	једнакокракна троугла су слична	правоугла троугла су слична	оштроугла троугла су слична
8. 	$x=1980$	$x=90$	$x=198$	$x=88$
9. Коefицијент сличности два слична троугла јесте 3. Тада су	углови једног троугла три	дужине страница једног троугла	углови једног троугла три	дужине страница једног троугла

Тест са бодовањем на крају сваког поглавља пружа ученику могућност **самосталне провере наученог.**

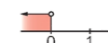
Број тачних одговора



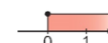
3. Графички приказ скупа решења неједначине $-7x-7 \leq -7$ јесте



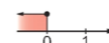
$$R_1 = \{0\}$$



$$R_2 = \{1\}$$



$$R_3 = R$$



$$R_4 = \emptyset$$

4. Скуп решења једначине $2-2x=-2x-2$ јесте

ЗАДАТАК	А	Б	В	Г
1. Домен једначине $\frac{5}{x}-0$ јесте	$R \setminus \{0\}$	R	$\{0\}$	\emptyset
2. Колико природних бројева припада скупу решења неједначине $\frac{5}{5} \leq 2 - \frac{2}{3}$	0	1	2	3
3. Графички приказ скупа решења неједначине $-7x-7 \leq -7$ јесте				
4. Скуп решења једначине $2-2x=-2x-2$ јесте	$R_1 = \{0\}$	$R_2 = \{1\}$	$R_3 = R$	$R_4 = \emptyset$
5. Неједначина $\frac{x}{10} \leq 0$ еквивалентна је неједначини	$x \leq 0$	$x \geq 0$	$x \leq -10$	$x \geq 10$
6. Збир три суседна природна броја јесте 15. Производ тих бројева је	24	60	120	210
7. Неједначина $3x-8 < 5x-4$ еквивалентна је неједначини	$-2 < x$	$-2 > x$	$2 < x$	$2 > x$
8. Ако је $3-\frac{x}{2} = 4(1-0,5x)$, онда је	$x < 1$	$x > 1$	$x < 0$	$x > 2$
9. Скуп решења неједначине $5-(1-0,2x) > 0,25(4-4x)-4$ јесте	$R_1 = (-\infty, 0]$	$R_2 = [0, \infty)$	$R_3 = \emptyset$	$R_4 = R$
10. Скуп решења једначине $\frac{x-1}{2} = \frac{1}{3}x$ јесте	$R_1 = \{3\}$	$R_2 = \left\{\frac{2}{3}\right\}$	$R_3 = \left\{\frac{3}{2}\right\}$	$R_4 = \{2\}$
11. Једначина $3(2-x) = 2x+1$ еквивалентна је једначини	$\sqrt{3} \cdot x = 0$	$0 \cdot x = \sqrt{3}$	$x = 1$	$-x = 1$
12. Скуп решења неједначине $1-0,2x < 0,6$ јесте	$R_1 = (-\infty, 2)$	$R_2 = (2, \infty)$	$R_3 = (-0,2; \infty)$	$R_4 = (-\infty; 0,2)$
13. На тесту из математике трећину укупног броја задатака представљале су једначине, четвртину неједначине, а осталих 5 задатака били су задаци из сличности троуглова. Које је тврђење тачно?	Збир броја задатака из једначина и неједначина на тесту није мањи од осам.	Број задатака из једначина није већи од пет.	Број задатака из неједначина није већи од два.	Разлика броја задатака из једначина и неједначина није мања од два.
14. Производ целих бројева који су решења неједначине $5x - \frac{2}{5} \leq 1 + 4x$	није могуће одредити	јесте -1	јесте 0	јесте 1

Начин бодовања: сваки тачан одговор доноси један бод.





10 Пројектни задаци на крају сваке области



Пројектни задаци се раде у **групама**. Реализују се **у етапама**.

ПРОЈЕКТНИ ЗАДАТАК

ЛИНЕАРНЕ ЈЕДНАЧИНЕ И НЕЈЕДНАЧИНЕ У ФИЗИЦИ И ХЕМИЈИ

Задатак
Изабери једну област из физике или хемије, а онда припреми подсетник и осмисли и реши три задатка из одабране области која се сводје на решавање линеарних једначина и неједначина. Овај задатак решаваш с другарима, па је потребно да формираш тројчлане или четворчлане групе. Задатак се реализује у пет етапа.

- 1. Планирање**
У оквиру групе бирате једну област из физике или хемије, а онда планирате и договарате се који ће део посла свако од вас урадити. Одредите ко ће припремити подсетник на знања из одабране области, ко ће осмислити, а ко решити задатке, ко ће припремити и одржати презентацију.
- 2. Прикупљање података**
У овој етапи прикупљате информације које су вам потребне за припремање подсетника на знања из одабране области, осмишљавање и решавање задатка. Можете да користите уџбенике и збирке физике и хемије, а много података пронаћи ћете и на интернету. Можда вам у овој етапи могу помоћи наставници физике и хемије. Важно је да информације до којих долазите уредно бележите.
- 3. Обрада података**
На основу података прикупљених у претходној етапи припремате подсетник на знања из одабране области, осмишљавате

Задатак
Изабери једну област из физике или хемије, а онда припреми подсетник и осмисли и реши три задатка из одабране области која се сводје на решавање линеарних једначина и неједначина. Овај задатак решаваш с другарима, па је потребно да формираш тројчлане или четворчлане групе. Задатак се реализује у пет етапа.

- 1. Планирање**
У оквиру групе бирате једну област из физике или хемије, а онда планирате и договарате се који ће део посла свако од вас урадити. Одредите ко ће припремити подсетник на знања из одабране области, ко ће осмислити, а ко решити задатке, ко ће припремити и одржати презентацију.
- 2. Прикупљање података**
У овој етапи прикупљате информације које су вам потребне за припремање подсетника на знања из одабране области, осмишљавање и решавање задатка. Можете да користите уџбенике и збирке физике и хемије, а много података пронаћи ћете и на интернету. Можда вам у овој етапи могу помоћи наставници физике и хемије. Важно је да информације до којих долазите уредно бележите.
- 3. Обрада података**
На основу података прикупљених у претходној етапи припремате подсетник на знања из одабране области, осмишљавате

и решавате задатке и припремате презентацију. Можете припремљене задатке да дате члановима других група да реше, па да у презентацију укључите и коментаре на њихова решења. За израду презентације можете да користите фломастере и велике папире или неки софтвер намењен за то. За избор софтвера за израду презентације можете да се посаветујете и са наставницима рачунарства и информатике.

- 4. Презентација**
Представници сваке групе презентују рад своје групе, износе запажања и закључке до којих су дошли. Чланови осталих група постављају питања, коментаришу решења и уочавају евентуалне грешке. На презентацију можете да позовете госте (родитеље, наставнике, другаре из других одељења...).
- 5. Анализа**
Свака група проценује и коментарише рад осталих група. У овој етапи процените која је група успешно решила задатак и која је имала најбољу презентацију.

ПРОЈЕКТНИ ЗАДАТАК

СКУЛПТУРА

Задатак
Од модела призми и пирамида направити скулптуру.
Овај задатак решаваш у групи, па је потребно да формираш тројчлане или четворчлане групе. Материјал: картон, папир, прибор за цртање, маказе, лепак, бојице и фломастери. Задатак се реализује у пет етапа.

- 1. Планирање**
У оквиру групе планирате и договарате се који ће део посла свако од вас радити.
- 2. Израда скице**
Осмисљавате и осмишљавате скулптуру коју желите да направите.
- 3. Прављење скулптуре**
У овој етапи конструишете мрежу призми и пирамида од којих ће бити направљена ваша скулптура, а онда правите моделе тих тела, бојите их и лепите. Бележите димензије тела да бисте на крају могли да израчунате површину и запремину скулптуре.
У овој етапи припремите и презентацију у којој треба да објасните који од полиедара чине вашу скулптуру, да за сваки од тих полиедара наведете број тачака, страна, ивица, да наведете колика је површина, а колика запремина скулптуре.

Можете да користите фломастере и папире великог формата или неки софтвер за израду презентације. У том случају, било би добро да ваша презентација садржи и фотографије скулптуре. За избор софтвера можда можете да се посаветујете и са наставницима рачунарства и информатике.

- 4. Презентација**
Представници презентују рад своје групе и објашњавају скулптуру коју је она направила. Чланови осталих група постављају питања, коментаришу скулптуру и уочавају евентуалне грешке. На презентацију можете да позовете госте (родитеље, наставнике, другаре из других одељења...).
- 5. Анализа**
Свака група проценује и коментарише рад осталих група. У овој етапи процените која је група успешно решила задатак и која је имала најбољу презентацију. Изаберите најлепшу скулптуру.

Напомена: при прављењу скулптуре водите рачуна о равнотежи скулптуре. Скулптура би требала да може самостално да стоји.

Скулптура од чепика у Лондону, Конрад Шоукрос

Скулптура на трау у Милстату (Аустрија)

Кинетичка скулптура на острву Лахароте, Сесар Манрике

Кроз пројектне задатке ученици развијају **међупредметне компетенције** (сарадњу, комуникацију, решавање проблема, рад са подацима и информацијама, дигиталну компетенцију...) Путем пројектних задатака остварују се **међупредметне корелације**.



11

Занимљиве игре и логички задаци

ЗАБАВНА СТРАНА

ВРЕМЕ ЈЕ ЗА ИГРУ

Домине
Ову игру играју у пару. Потребно је да од картона исечете картице (домине) и на свакој половини напишете текст као на слици 1.

Правила игре

- Домине окрените на полеђину и измешајте. Сваки играч узима по четири домине.
- Игру почиње млађи играч. Од своје четири домине бира једну и ставља је на сто.
- Други играч позад домине коју је ставио његов противник ставља домину с одговарајућим текстом. Ако нема одговарајућу домину, онда узима једну с првобитне гомиле и игру наставља други играч понављајући претходно описани поступак.
- Победник је играч који први остане без домина.

График садржи координатни почетак.
График је паралелан графику $y = x$.
Слободни члан је 3.
Негативна је за све вредности независне променљиве.
Тачка $(-6, -1)$ припада графику.
Слободни члан је 0,1.
Позитивна је за све вредности независне променљиве.
Дата је у имплицитном облику.
Пресека са x -осом јесте $(6,0)$.
Пресека са x -осом јесте $(0, -6)$.
Коефицијент правца је -5 .
График садржи тачку $(4,7)$.
Коефицијент правца је $\frac{1}{5}$.
Слободни члан је 0,1.
Дата је у имплицитном облику.
Позитивна је за све вредности независне променљиве.
График садржи координатни почетак.
График је паралелан графику $y = x$.
Слободни члан је 3.
Негативна је за све вредности независне променљиве.
Тачка $(-6, -1)$ припада графику.
Слободни члан је 0,1.
Позитивна је за све вредности независне променљиве.
Дата је у имплицитном облику.
Пресека са x -осом јесте $(6,0)$.
Пресека са x -осом јесте $(0, -6)$.
Коефицијент правца је -5 .
График садржи тачку $(4,7)$.
Коефицијент правца је $\frac{1}{5}$.

ЗА МАЛЕ СИВЕ ЋЕЛИЈЕ

Прогноза
Јан и Вук дали су прогнозе за пласман пет такмичарки које су ушле у финале такмичења у ритмичкој гимнастички.

Јанова прогноза	Вукова прогноза
1. Ана	1. Гога
2. Брана	2. Ана
3. Вања	3. Дана
4. Гога	4. Вања
5. Дана	5. Брана

Јан не само што није погодио пласман ни за једну такмичарку него није погодио ни пласман ни за један пар такмичарки, без обзира на то која су места освојиле (Ана није на ранг-листи непосредно испред Бране, Брана није непосредно испред Вање итд.). За разлику од њега, Вук је за два пара такмичарки погодио пласман на ранг-листи, а за тачно две такмичарке и места која су освојиле. Како је изгледала ранг-листа после финала?

Слика 1

Време је за игру – примена неких од знања научених у поглављу кроз игру.

Правила игре

- Домине окрените на полеђину и измешајте. Сваки играч узима по четири домине.
- Игру почиње млађи играч. Од своје четири домине бира једну и ставља је на сто.
- Други играч позад домине коју је ставио његов противник ставља домину с одговарајућим текстом. Ако нема одговарајућу домину, онда узима једну с првобитне гомиле и игру наставља други играч понављајући претходно описани поступак.
- Победник је играч који први остане без домина.

График садржи координатни почетак.
График је паралелан графику $y = x$.
Слободни члан је 3.
Негативна је за све вредности независне променљиве.
Тачка $(-6, -1)$ припада графику.
Слободни члан је 0,1.
Позитивна је за све вредности независне променљиве.
Дата је у имплицитном облику.
Пресека са x -осом јесте $(6,0)$.
Пресека са x -осом јесте $(0, -6)$.
Коефицијент правца је -5 .
График садржи тачку $(4,7)$.
Коефицијент правца је $\frac{1}{5}$.
Слободни члан је 0,1.
Дата је у имплицитном облику.
Позитивна је за све вредности независне променљиве.
График садржи координатни почетак.
График је паралелан графику $y = x$.
Слободни члан је 3.
Негативна је за све вредности независне променљиве.
Тачка $(-6, -1)$ припада графику.
Слободни члан је 0,1.
Позитивна је за све вредности независне променљиве.
Дата је у имплицитном облику.
Пресека са x -осом јесте $(6,0)$.
Пресека са x -осом јесте $(0, -6)$.
Коефицијент правца је -5 .
График садржи тачку $(4,7)$.
Коефицијент правца је $\frac{1}{5}$.

Слика 1

ЗА МАЛЕ СИВЕ ЋЕЛИЈЕ

Музеј и позориште

Посматрај слику 2. За колико метара је зграда музеја дужа од зграде позоришта?

Музеј Позориште Музеј Позориште

206 m 232 m

Слика 2

Игру играте по следећим правилима:

- Млађи играч задаје једну једначину из плаве колоне таблице 1 старијем играчу, а старији млађем једну једначину из зелене колоне таблице 1.
- Затим сваки играч бира по једну жућу картицу.
- Задатак сваког од њих јесте да из таблице 1 из колоне из које му није задата једначина одбере једначину која са задатом чини систем једначина за који је тачно тврђење написано на изабраној жућој картици. За тачно урађен задатак добија се један бод.

Плава колона	Зелена колона
$2x + y = 1$	$5x + 15 = 0$
$y - 5 = 0$	$3x + 6 = 0$
$3y + 9 = 0$	$2x + 2y - 6 = 0$
$2x = 3 - y$	$x + y = 2$
$x = 2 - y$	$2y = -10$
$x = -3$	$2x + 5 = 0$
$y = -x + 3$	$y = -2x + 1$
$x = 2 = 0$	$y = -3$
$x = -2,5$	$8x - 12 = -4y$

ЗА МАЛЕ СИВЕ ЋЕЛИЈЕ

Музеј и позориште

Посматрај слику 2. За колико метара је зграда музеја дужа од зграде позоришта?

Музеј Позориште Музеј Позориште

206 m 232 m

Слика 2

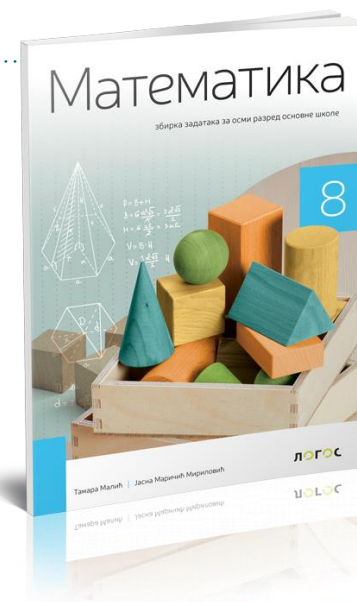
201

За мале сиве ћелије – логички задаци



5 СТВАРИ КОЈЕ ВОЛЕ НАСТАВНИЦИ

- Логички задатак као **увод у поглавље**
- **Подсећање на научено** на почетку сваке лекције
- Разноврсни задаци у **три нивоа сложености**
- **Функционална апаратура**
- **Додатни задаци** на крају поглавља





1 Логички задатак као увод у поглавље

II. Тачка, права и раван

За мале сиве ћелије...
Девојчица, мачка и цвеће

$$\begin{aligned} \text{Cat} + \text{Flowers} + \text{Flowers} &= 20 & \text{Flowers} + \text{Flowers} + \text{Flowers} &= 12 \\ \text{Girl} + \text{Cat} + \text{Cat} &= 25 & \text{Cat} + \text{Flowers} + \text{Girl} &=? \end{aligned}$$

За мале сиве ћелије...
Девојчица, мачка и цвеће

$$\begin{aligned} \text{Cat} + \text{Flowers} + \text{Flowers} &= 20 & \text{Flowers} + \text{Flowers} + \text{Flowers} &= 12 \\ \text{Girl} + \text{Cat} + \text{Cat} &= 25 & \text{Cat} + \text{Flowers} + \text{Girl} &=? \end{aligned}$$

Логички задатак

За мале сиве ћелије...

Марина рачуница. Газдарица за своју мачку Мару рачуна месечне трошкове. Одвојила је 2 000 динара за мачкине потребе. Међутим, рачунајући направила је „грешку“. Можеш ли помоћи Мариној газдарици да улови миша? Уствари, не миша него „грешку“.

Ево њеног рачуна:

- Потрошила је 800 динара на песак за тоалет, остало је још 1 200 динара.
- Потрошила је 600 динара за кесице влажне хране, остало је још 600 динара.
- Потрошила је 360 динара за суву храну у гранулама, остало је још 240 динара.
- Потрошила је 240 динара на мачеће послastiце, остало је нула динара.

	Потрошен новац (у динарима)	Остатак новца након куповине (у динарима)
Песак	800	1200
Кесице	600	600
Грануле	360	240
Посластице	240	0
Укупно	2000	2040

IV. Призма

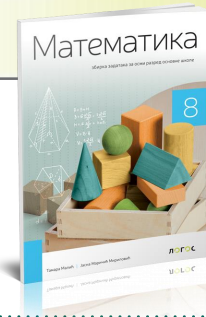
За мале сиве ћелије...

Марина рачуница. Газдарица за своју мачку Мару рачуна месечне трошкове. Одвојила је 2 000 динара за мачкине потребе. Међутим, рачунајући направила је „грешку“. Можеш ли помоћи Мариној газдарици да улови миша? Уствари, не миша него „грешку“.

Ево њеног рачуна:

- Потрошила је 800 динара на песак за тоалет, остало је још 1 200 динара.
- Потрошила је 600 динара за кесице влажне хране, остало је још 600 динара.
- Потрошила је 360 динара за суву храну у гранулама, остало је још 240 динара.
- Потрошила је 240 динара на мачеће послastiце, остало је нула динара.

	Потрошен новац (у динарима)	Остатак новца након куповине (у динарима)
Песак	800	1200
Кесице	600	600
Грануле	360	240
Посластице	240	0
Укупно	2000	2040



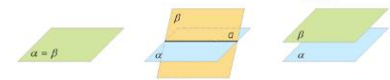
2 Подсећање на научено на почетку сваке лекције

4. Две равни

ПОДСЕТИ СЕ

Узајамни однос двеју равни

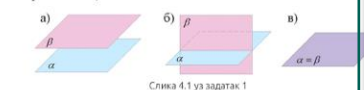
1. Равни се поклапају.
2. Равни се секу.
3. Равни немају заједничких тачака.



ДА ИЛИ НЕ?

1. Да ли постоје три равни такве да су сваке две од њих узајамно нормалне?
2. Да ли се сваке две равни које имају заједничке три различите тачке поклапају?
3. Да ли сваке две паралелне равни имају заједничку праву?

1. Посматрај слику 4.1. Колико заједничких тачака имају равни α и β ?



Слика 4.1 уз задатак 1

2. Посматрај слику 4.2 на којој су приказане равни α , β , γ , δ и ϵ .

- а) Које су од тих равни узајамно нормалне са равни α ?
- б) Које су од тих равни паралелне са равни β ?
- в) Које од тих равни имају заједничких тачака са равни ϵ ?



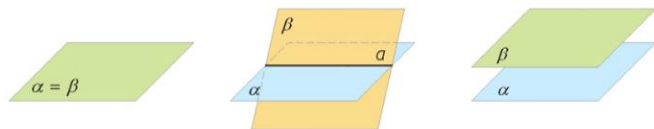
Слика 4.2 уз задатак 2

Да или не? – питања којима се врши кратка провера усвојености појмова

ПОДСЕТИ СЕ

Узајамни однос двеју равни

1. Равни се поклапају.
2. Равни се секу.
3. Равни немају заједничких тачака.



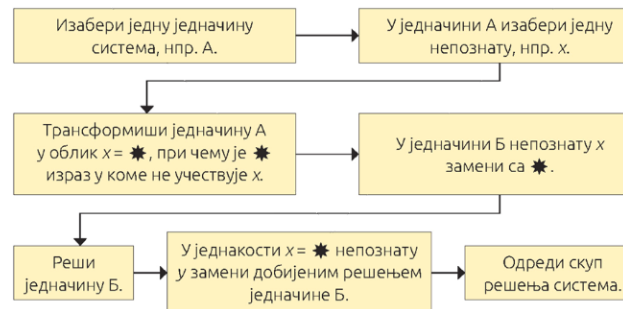
ДА ИЛИ НЕ?

1. Да ли постоје три равни такве да су сваке две од њих узајамно нормалне?
2. Да ли се сваке две равни које имају заједничке три различите тачке поклапају?
3. Да ли сваке две паралелне равни имају заједничку праву?

ПОДСЕТИ СЕ

МЕТОДА ЗАМЕНЕ

Дат је систем од две линеарне једначине А и Б с две непознате x и y .



ДА ИЛИ НЕ?

1. Да ли се добије систем једначина еквивалентан датом, ако се једна једначина тог система замени еквивалентном једначином?
2. Да ли се добије систем једначина еквивалентан датом, ако се једна променљива у једној једначини тог система замени изразом коме је та променљива једнака на основу друге једначине датог система?
3. Да ли је свако решење система једначина решење обе једначине тог система?

2. Решавање система од две линеарне једначине с две непознате методом замене

ПОДСЕТИ СЕ

МЕТОДА ЗАМЕНЕ

Дат је систем од две линеарне једначине А и Б с две непознате x и y .



ДА ИЛИ НЕ?

1. Да ли се добије систем једначина еквивалентан датом, ако се једна једначина тог система замени еквивалентном једначином?
2. Да ли се добије систем једначина еквивалентан датом, ако се једна променљива у једној једначини тог система замени изразом коме је та променљива једнака на основу друге једначине датог система?
3. Да ли је свако решење система једначина решење обе једначине тог система?

1. У изразу $x = y + 1$ замени променљиву y , а онда упрости добијени израз ако је:

- а) $y = 1$;
- б) $y = -1$;
- в) $y = -x$;
- г) $y = x + 1$;
- д) $y = x - 1$;
- ђ) $y = -x - 1$.

2. У датим изразима замени променљиву x , ако је $x = -2y - 2$, а онда упрости добијене изразе:

- а) $2x - y$;
- б) $x - 2y$;
- в) $-2x + y$;
- г) $-2x - 2y$.

3. У датим једначинама замени променљиву y , ако је $y = -1$, а онда реши добијене једначине.

- а) $x + y = 0$;
- б) $x - y = 0$;
- в) $x - 3y = 4$;
- г) $5x + 3y = 7$.

4. Горан и Гвозден решили су систем једначина методом замене. Ко је од њих двоје тачно решио задатак?

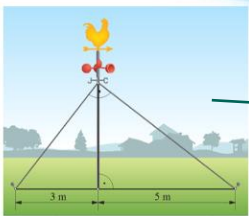
$$\begin{cases} x = -1 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

Подсети се – кратак преглед појмова, дефиниција и формула



3 Разноврсни задаци у три нивоа сложености

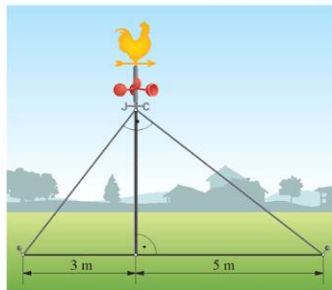
9. **Метеоролошкиња**
Снежа у свом дворништу има стуб са уређајем за мерење брзине и правца ветра (слика 4.6). Колико метара потпорне сајле је потребно за стабилизацију положаја стуба?



Слика 4.6 уз задатак 9

Ветроказ је уређај који се користи да покаже правац ветра. Поставља се на највишој тачки зграде. Обликован је тако да има и декоративну улогу. Традиционални облик ветроказа је петао са показивачем и словима које означавају стране света. Модерни уређаји комбинују ветроказ са анемометром (уређајем за мерење брзине ветра).

9. **Метеоролошкиња**
Снежа у свом дворништу има стуб са уређајем за мерење брзине и правца ветра (слика 4.6). Колико метара потпорне сајле је потребно за стабилизацију положаја стуба?



Слика 4.6 уз задатак 9

Ветроказ је уређај који се користи да покаже правац ветра. Поставља се на највишој тачки зграде. Обликован је тако да има и декоративну улогу. Традиционални облик ветроказа је петао са показивачем и словима које означавају стране света. Модерни уређаји комбинују ветроказ са анемометром (уређајем за мерење брзине ветра).

10. Једно дрво је услед олујног ветра било ништануло из корена. При паду је ударило у зид и преломило се на два дела (слика 4.7). Одреди колико је дрво било високо. Резултат представи у метрима заокружен на једну децималу.



Слика 4.7 уз задатак 10

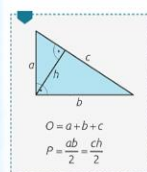


Ветроказ

11. Нека је ABC правоугли троугао с правим углом чије је теме тачка C и нека је тачка E подножаје висине која одговара хипотенузи. Која вредност треба да замени \otimes у табели 4.1, ако је a дужина катете BC , b дужина катете AC , c дужина хипотенузе AB , h дужина висине CE , p дужина дужи AE , q дужина дужи BE , O обим троугла ABC и P површина троугла ABC ?

Табела 4.1 уз задатак 10

a	b	c	h	p	q	O	P
5 cm	12 cm	\otimes	\otimes	\otimes	\otimes	\otimes	\otimes
12 cm	\otimes	\otimes	\otimes	\otimes	6 cm	\otimes	\otimes
\otimes	\otimes	\otimes	\otimes	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{16}$ cm	\otimes	\otimes
\otimes	2,1 cm	3,5 cm	\otimes	\otimes	\otimes	\otimes	\otimes
\otimes	\otimes	8 cm	\otimes	\otimes	5 cm	\otimes	\otimes
\otimes	1,3 cm	\otimes	1,2 cm	\otimes	\otimes	\otimes	\otimes



$$O = a + b + c$$

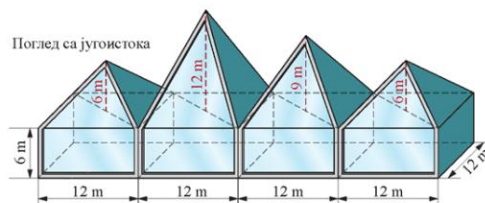
$$P = \frac{ab}{2} = \frac{ch}{2}$$

12. Израчунај обим и површину правоуглог троугла, ако су дужине одсечка на које висина која одговара хипотенузи дели хипотенузу једнаке 4 cm и 25 cm.

Три нивоа сложености Задаци смештени у реалан контекст Корелација са другим предметима

11. На слици 2.8 приказан је изложбени павиљон који се састоји из 4 дела. Један део објекта је покривен теголом (и кровне површине и делови фасаде).

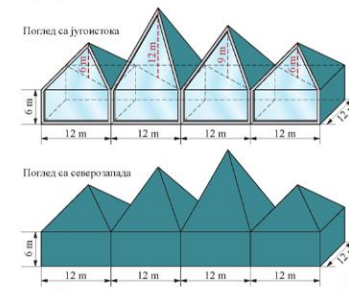
- Тегола је пакована у пакете од по 3 m². Колико је пакета теголе потребно за прекривање крова?
- Колики ће бити проценат неискоришћене теголе?
- Ако два радника за један дан теголом прекрију 100 m² површине, да ли ће шест радника за четири дана прекрити цео приказани изложбени павиљон?



Поглед са југоисточка

Тегола је врста кровног покривача. Може се користити за покривање веома стрмих кровних површина. Неки типови теголе могу се употребити и за покривање вертикалних делова фасаде. Производи се у различитим бојама.

- Дијагонални пресек правилне четворостране пирамиде јесте једнакокраки правоугли троугао чија хипотенуза има дужину 8 cm. Израчунај површину те пирамиде.
- Дијагонални пресек правилне шестостране пирамиде који одговара крајој дијагонали основе јесте једнакокраки правоугли троугао површине 9√3 cm². Израчунај површину те пирамиде.
- Висина основе правилне троугла пирамиде има дужину 6√3 cm, а мера угла између бочне стране и равни основе пирамиде јесте 60°. Израчунај површину те пирамиде.
- Дијагонала основе правилне четворостране пирамиде има дужину 6√2 cm, а површина пирамиде јесте 84 cm². Израчунај обим дијагоналног пресека те пирамиде.
- Површина омотача правилне шестостране пирамиде два пута је већа од површине основе. Одреди размеру основе ивице и апотеме те пирамиде.
- Обим основе правилне шестостране пирамиде јесте 48√2 cm, а угао између бочне ивице и равни основе има меру 45°. Израчунај површину те пирамиде.
- На слици 2.8 приказан је изложбени павиљон који се састоји из 4 дела. Један део објекта је покривен теголом (и кровне површине и делови фасаде).
 - Тегола је пакована у пакете од по 3 m². Колико је пакета теголе потребно за прекривање крова?
 - Колики ће бити проценат неискоришћене теголе?
 - Ако два радника за један дан теголом прекрију 100 m² површине, да ли ће шест радника за четири дана прекрити цео приказани изложбени павиљон?



Поглед са југоисточка

Поглед са северозапада

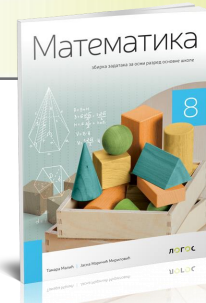
— део објекта покривен теголом

Слика 2.8 уз задатак 41

Тегола је врста кровног покривача. Може се користити за покривање веома стрмих кровних површина. Неки типови теголе могу се употребити и за покривање вертикалних делова фасаде. Производи се у различитим бојама.



Постављање теголе на кров



4 Функционална апаратура

$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ $r = \frac{a}{2}$

16. На слици 1.10 приказане су правилна тространа пирамида А, правилна четворострана пирамида Б и правилна шестоуграна пирамида В. Који су од углова $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$ и φ углови:

а) између бочне стране и равни основе одговарајуће пирамиде;
 б) између бочне ивице и равни основе одговарајуће пирамиде.

Слика 1.10 уз задатак 16

17. Дужина дијагонале основе правилне четворостране пирамиде јесте 12 cm, а дужина висине те пирамиде јесте 8 cm. Израчунај површину дијагоналног пресека те пирамиде.

18. Дужа дијагонале основе правилне шестоугране пирамиде има дужину 12√3 cm, а дужина висине те пирамиде јесте 4 cm. Израчунај површину дијагоналног пресека пирамиде који одговара дужи дијагонали основе те пирамиде.

19. Нека је a основна ивица, s бочна ивица, H висина и h апотема правилне тростране пирамиде. Који бројеви треба да замене знак \odot у табели 1.2?

a (cm)	12	6√3	18	⊙	⊙	⊙
s (cm)	10	⊙	⊙	2√61	10	⊙
H (cm)	⊙	4	⊙	12	⊙	15
h (cm)	⊙	⊙	12	⊙	√66	17

20. Нека је a основна ивица, s бочна ивица, H висина и h апотема правилне четворостране пирамиде. Који бројеви треба да замене знак \odot у табели 1.3?

a (cm)	6	10	6√2	⊙	⊙	⊙
s (cm)	5	⊙	⊙	17	√34	⊙
H (cm)	⊙	√119	⊙	15	⊙	8
h (cm)	⊙	⊙	5√2	⊙	5	10

Пример – помоћ при решавању задатака

4. Посматрај слику 2.4. Која су од следећих тврђења тачна?

а) $a : b = c : d$.
 б) $a : e = b : f$.
 в) $c : a = d : b$.
 г) $e : c = e : a$.

Слика 2.4 уз задатак 4

5. Посматрај слику 2.5. Важи $SA_1 = A_1P_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$ и праве тврђења тачна?

а) $5 \cdot SA_1 = SA_4$
 б) $A_1A_2 : A_2A_3 = 2 : 3$
 в) $SA_1 : A_4A_5 = 3 : 2$
 г) $B_1B_2 : B_3B_4 = 4 : 1$
 д) $SB_1 : B_2B_3 = 4 : 1$
 е) $SA_1 : A_2B_2 = A_3A_4 : A_4B_4$
 ж) $SA_1 : SA_4 = SA_4 : SA_2$

Слика 2.5 уз задатак 5

6. Нацртај произвољну дуж AB и конструиши тачке које ту дуж деле на:

а) три једнака дела; б) шест једнаких делова;
 в) осдам једнаких делова; г) девет једнаких делова.

7. Нацртај произвољну дуж AB а затим ту дуж тачком C подели у размери:

а) $AC : CB = 3 : 1$; б) $AC : CB = 3 : 2$;
 в) $AC : CB = 3 : 4$; г) $AC : CB = 3 : 5$.

8. Нацртај дуж AB чија је дужина 12 cm и тачкама C и D подели је у размери:

а) $AC : CD : DB = 1 : 2 : 3$; б) $AC : CD : DB = 4 : 2 : 1$;
 в) $AC : CD : DB = 2 : 1 : 2$; г) $AC : CD : DB = 5 : 2 : 4$.

9. Нацртај произвољну дуж a и конструиши дуж b тако да важи:

а) $a : b = 1 : 3$; б) $a : b = 3 : 4$; в) $a : b = 5 : 2$; г) $a : b = 7 : 4$.

10. На бројној правој конструиши тачке:

а) $A(\frac{2}{3})$; б) $B(\frac{3}{4})$; в) $C(\frac{3}{5})$;
 г) $D(-\frac{1}{5})$; д) $E(-\frac{1}{2})$; ж) $F(-\frac{3}{7})$.

ПРИМЕР

Конструкција тачке која на бројној правој одговара броју $\frac{1}{3}$

1. Конструиши полуправу Op .

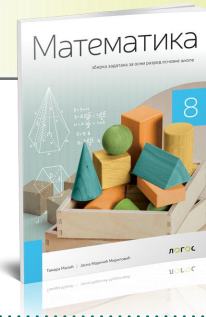
2. На полуправој Op одабери произвољну тачку различиту од тачке O и обележи је са P_1 .

3. На полуправој Op конструиши тачке P_2 и P_3 тако да је $OP_1 = P_1P_2 = P_2P_3$.

4. Конструиши праву одређену тачкама P_3 и l , а онда конструиши праву која садржи тачку P_1 и паралелна је с правом P_3l . Пресечну тачку те праве и бројевне праве обележи са A .

Тачка A на бројној правој одговара броју $\frac{1}{3}$.

Битно – издвојени садржаји битни за решавање задатка



4 Функционална апаратура



Испред главог улаза у музеј Лувр у Паризу налази се правилна четворострана пирамида направљена од стакла и метала. Изграђена је 1989. године и дело је кинеског архитекте Јо Минг Пеја. Испод пирамиде је лоби који повезује три музејска павиљона, Денон, Ришеље и Сили, а поред ње налазе се три мање пирамиде. По пропорцијама одговара великој пирамиди у Египту.



Пирамиде испред улаза у музеј Лувр, Париз

Испред главог улаза у музеј Лувр у Паризу налази се правилна четворострана пирамида направљена од стакла и метала. Изграђена је 1989. године и дело је кинеског архитекте Јо Минг Пеја. Испод пирамиде је лоби који повезује три музејска павиљона, Денон, Ришеље и Сили, а поред ње налазе се три мање пирамиде. По пропорцијама одговара великој пирамиди у Египту.

31. Једног сунчаног дана Таша и Раша посетили су Лувр. Видевши стаклену пирамиду (која је правилна четворострана) на улазу, решили су да измере њену висину помоћу сенки на начин на који је Талес измерио Велику пирамиду. Како код себе нису имали метар, Таша је избројала да је дужина основне ивице пирамиде 50 њених корака. У тренутку кад је Рашина сенка била дуга три Ташина корака, сенка стаклене пирамиде била је дуга 11 Ташиних корака. Ако је Раша висок 175 cm, а дужина Ташиног корака 70 cm одреди приближно висину и запремину стаклене пирамиде. Узми $\sqrt{3} \approx 1,73$.

32. Столе је направно две дрвене фигуре које су приказане на слици 3.6. Фигуру А добио је тако што је прво направно коцку ивице a , а затим је из те коцке издубио две паралелне четворостране пирамиде чије су основне ивице једнаке ивици коцке, а висине једнаке половини ивице коцке. Фигуру Б добио је тако што је прво направно коцку ивице a и две паралелне четворостране пирамиде чије су основне ивице једнаке основној ивици коцке, а висине једнаке половини ивице коцке. Затим је сваку од тих пирамида основима залезио на супротне стране коцке.

а) Упореди површине фигура А и Б.
б) Одреди однос запремина фигура А и фигуре Б.

33. На слици 3.7 приказана је правилна четворострана пирамида $ABCDE$. Ако је $CE = EA = 4\sqrt{3}$ cm и $\angle CEA = 120^\circ$, израчунај запремину те пирамиде.

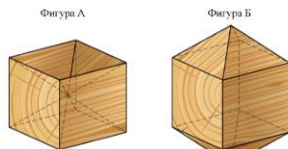
34. Призма и пирамида имају једнаке површине основа. Одреди однос запремине призме и пирамиде ако је:
а) висина пирамиде два пута дужа од висине призме;
б) висина пирамиде три пута краћа од висине призме.

35. Призма и пирамида имају једнаке дужине висина. Одреди однос запремине призме и пирамиде ако је:
а) површина основе пирамиде три пута већа од површине основе призме;
б) површина основе пирамиде три пута мања од површине основе призме.

110



Пирамиде испред улаза у музеј Лувр, Париз

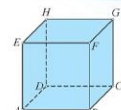


Слика 3.6 уз задатак 32



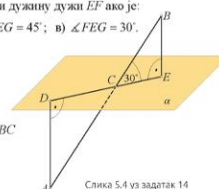
Слика 3.7 уз задатак 33

- б) дужи EF на равну ADH ;
в) дужи GC на равну ABE ;
г) дужи AC на равну BFG ;
д) дужи BH на равну EFG ;
ђ) триугла ABC на равну DHE ?



Слика 5.3 уз задатак 12

13. Дуж EG је нормална пројекција дужи EF на равну α . Дужина дужи EG је 6 cm. Одреди дужину дужи EF ако је:
а) $\angle FEG = 60^\circ$; б) $\angle FEG = 45^\circ$; в) $\angle FEG = 30^\circ$.



Слика 5.4 уз задатак 14

14. Посматрај слику 5.4. Дуж DE је нормална пројекција дужи AB на равну α . Одреди дужине дужи AB и DE ако је дужина дужи BC једнака 5 cm, а дужина дужи CD једнака 3 cm.

15. Прava p продира равну π у тачки P , а нагибни угао праве p према равни π је 60° . Тачка A припада правој p и дужина дужи AP јесте 7 cm. Одреди растојање тачке A од равни π .

16. Прava p продира равну π у тачки P , тачка A припада правој p и дужина дужи AP јесте 12 cm. Колики је нагибни угао праве p према равни π ако је растојање тачке A од равни π једнако 6 cm.

17. Тачка A припада правој p , а прava p продира равну π у тачки P . Тачка A је на једнаким растојањима од своје ортогоналне пројекције на равну π као и од тачке P . Да ли је прava p нормална на равну π ?

18. Дате су равни α и β чија је пресечна прava p и правоугаоник $ABCD$ таква да тачена A и B припадају правој p , а тачена C и D равни β . Однос страна правоугаоника $ABCD$ јесте а његова ортогонална пројекција на равну α јесте квадрат. Одреди угао између равни α и β .

19. Дате су равни α и β чија је пресечна прava p и триугао ABC таква да тачена A и B припадају правој p , а тачена C равни β . Тачка C_1 јесте ортогонална пројекција тачке C на равну α и важи $AB = CC_1 = 5$ cm и $AC = BC = 5\sqrt{3}$ cm. Израчунај површине триуглова ABC и ABC_1 и одреди која је од тих површина већа.

20. Дате су равни α и β такве да је угао између њих 45° и једнакокраки правоугли триугао ABC чија је хипотенуза $AB = 8$ cm паралелна пресечној правој равни α и β и чије тачена C припада тој правој. Тачке A_1 и B_1 редом су ортогоналне пројекције тачака A и B на равну α . Израчунај површину P и обим O триугла A_1B_1C .

Нека је p прava која продира равну π и није нормална на равну π . Нагибни угао праве p према равни π јесте оштар угао који одређују прava p и ортогонална пројекција праве p на равну π .

Ортогоналну пројекцију и ортогонално пројектовање користи велики број инжењера различитих струка у производњи кућа, машина, постројења, возила, путева, мостова и сл. На сликама су представљене пројекције куће на различите пројекцијске равни.



Корелација – занимљиви садржаји из разних области који су везани за градиво које се обрађује



Ортогоналну пројекцију и ортогонално пројектовање користи велики број инжењера различитих струка у производњи кућа, машина, постројења, возила, путева, мостова и сл. На сликама су представљене пројекције куће на различите пројекцијске равни.

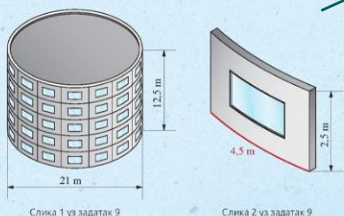




5 Додатни задаци на крају поглавља

НА КРАЈУ ПОГЛАВЉА

- Купа висине H пресечена је са равни α која је паралелна равни основе купе. Одреди однос површине пресека равни α и купе и површине основе купе ако је растојање равни α а) од врха купе $\frac{H}{3}$; б) од равни основе купе $\frac{H}{3}$.
- У купу је уписан ваљак чија је висина једнака половини висине купе. Одреди однос запремина те купе и тог ваљка.
- Одреди дужину полупречника сфере која је описана око правилне једнакоивичне троугласте призме чија ивица има дужину 6 cm.
- Дужина стране једнакокраћног троугла ABC јесте 6 cm. Израчунај површину P и запремину V насталог геометријског тела које настаје ротацијом троугла ABC око праве која садржи тачку A и паралелна је правој BC .
- Дат је правоугли трапез $ABCD$ чије су основне дужине 9 cm и 6 cm и висина дужине 4 cm. Израчунај површину P и запремину V геометријског тела које настаје ротацијом трапеза $ABCD$ око праве која садржи крајњу основу тог трапеза.
- Дат је једнакокраки трапез $ABCD$ таква да је $AB = 20$ cm, $CD = 8$ cm и $BC = DA = 10$ cm. Израчунај површину P и запремину V геометријског тела које настаје ротацијом трапеза $ABCD$ око праве AB .
- Дат је правоугли троугао ABC таква да је $\angle BCA = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$ и $BC = 5$ cm. Израчунај површину P и запремину V геометријског тела које настаје ротацијом троугла ABC око праве AB .
- Дат је квадрат $ABCD$ чија страна има дужину 8 cm. Израчунај површину P и запремину V геометријског тела које настаје ротацијом квадрата $ABCD$ око праве која је паралелна правој AB и на растојању 1 cm од праве AB .
- Фасада зграде облика ваљка која је приказана на слици 1 прекривена је правоугаоним панелима који су приказани на слици 2. Колико је панела утрошено за прекривање фасаде? Узми $\pi \approx 3$.
- У ваљак је уписана лопта површине 100π cm². Израчунај површину P и запремину V тог ваљка.
- Полупречник основе ваљка јесте $r = 3$ cm, а висина $H = 8$ cm. Око ваљка је описана лопта. Израчунај површину великог круга те лопте.

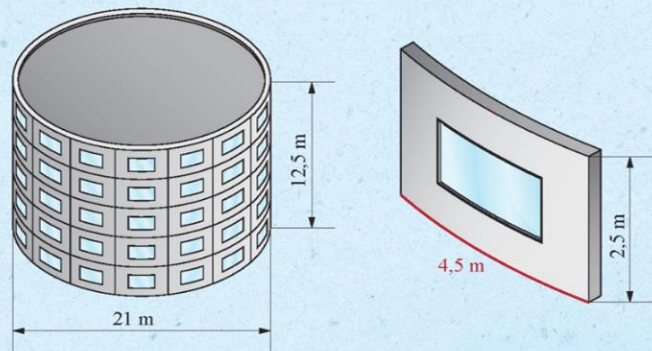


Слика 1 уз задатак 9

Слика 2 уз задатак 9

9. Фасада зграде облика ваљка која је приказана на слици 1 прекривена је правоугаоним панелима који су приказани на слици 2. Колико је панела утрошено за прекривање фасаде? Узми $\pi \approx 3$.

10. У ваљак је уписана лопта површине 100π cm². Израчунај површину P и запремину V тог ваљка.



Слика 1 уз задатак 9

Слика 2 уз задатак 9

НА КРАЈУ ПОГЛАВЉА

- Која су од следећих твђења тачна?
 - Свака права је одређена са две различите тачке.
 - Сваке равни је одређена са две различите праве.
 - Сваке две различите праве или имају једну заједничку тачку или су паралелне.
 - Ако је права p која припада равни α узајамно нормална са правом q која припада равни β , онда су равни α и β узајамно нормалне.
 - Сваке три различите колinearне тачке одређују тачно једну равни.
- Дате су неколинеарне тачке A, B и C . Да ли праве које су одређене паровима тих тачака припадају равни одређеној тим тачкама?
- Одреди највећи број различитих равни одређених са по три од пет датих различитих тачака.
- Дато је шест различитих тачака. Колико највише различитих равни одређују парови тих тачака?
- Које је од наведених твђења тачно за сваке две праве a и b такве да имају тачно једну заједничку тачку?
 - Праве a и b су узајамно нормалне.
 - Праве a и b су компланарне.
 - Праве a и b су мимолазне.
 - Праве a и b су паралелне.
- На слици 1 нацртано је шест различитих страна собе (зидови, таваница, под). Које од ових страна собе:
 - су паралелне;
 - су узајамно нормалне;
 - се секу?

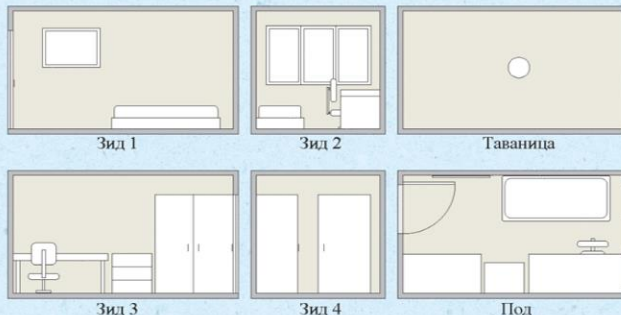


Слика 1 уз задатак 6.

6. На слици 1 нацртано је шест различитих страна собе (зидови, таваница, под).

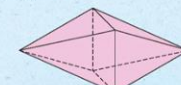
Које од ових страна собе:

- су паралелне;
- су узајамно нормалне;
- се секу?



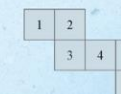
Слика 1 уз задатак 6

- За поледар приказан на слици 2 одреди број:
 - темена;
 - страна;
 - ивица;
 - дијагонала.
- Дато је n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 4$) различитих тачака таквих да су сваке четири од њих некопланарне. Колико различитих равни одређују трох тачака?



Слика 2 уз задатак 7

- На слици 3 приказана је мрежа кошке. Одреди:
 - парове бројева паралелних страна те кошке;
 - бројеве страна те кошке са којима је страна са бројем 2 узајамно нормална.
- Шта може бити ортогонална пројекција две мимолазне праве на равни?



Слика 3 уз задатак 9



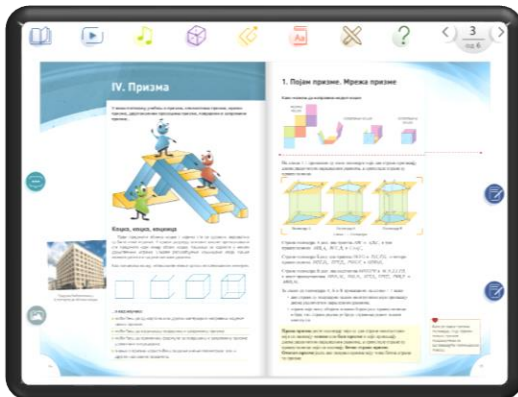
**100% ПОДДРШКЕ
НАСТАВНИКУ**



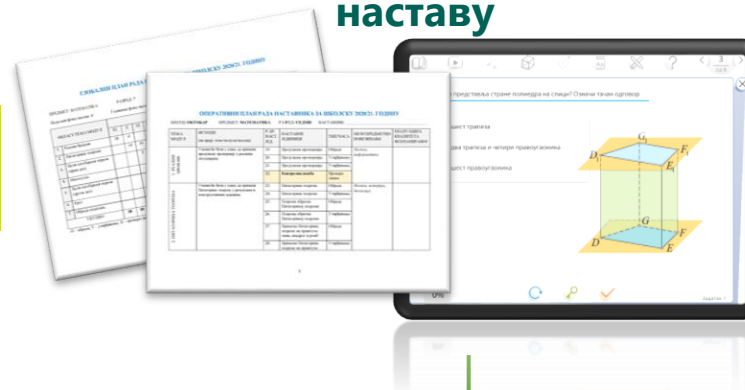
Бесплатни примерак
уџбеника и збирке задатака



Дигитални
уџбеник

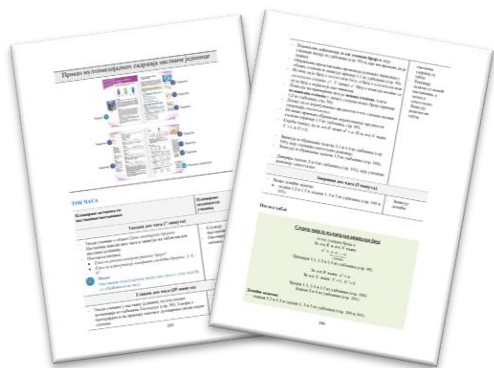


Прилагођени месечни планови и
готови материјали за онлајн
наставу



У КОМПЛЕТУ ЗА НАСТАВНИКЕ

Приручник са
дневним припремама



Одштампани
тестови



Образовна академија



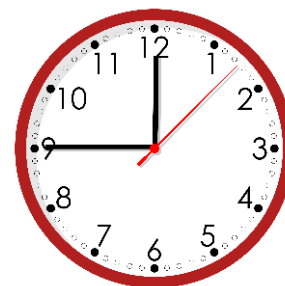
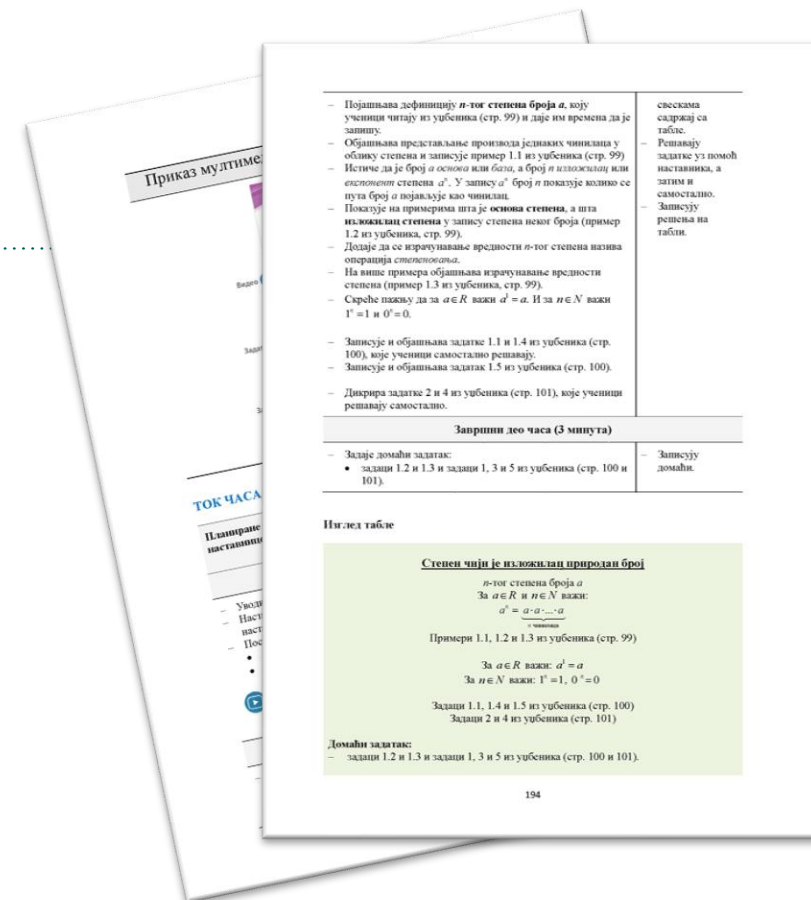
**е-ОБРАЗОВНА
АКАДЕМИЈА**

Мање стреса,
бољи резултати



МАЊЕ ВРЕМЕНА ЗА ПРИПРЕМУ ЗА ЧАСОВЕ

- **Детаљна упутства** за сваки час са јасно наглашеним исходима
- Предлози годишњег плана рада, **месечних планова** и дневних припрема
- За **квалитетне часове**, уз изузетно лаку примену у пракси
- **Додатни материјали** (радни листићи)
- Прилагођени планови и готови материјали **за онлајн наставу**



**Дневне припреме
воде кроз ток часа из
минута у минут**



ТЕСТОВИ

- **8 тестова** у **4 различите групе** (по разреду) садрже задатке у **3 нивоа** сложености
- Питања су у **функцији провере остварености исхода** из одређеног градива
- Одштампани за **све ученике** у одељењу



ДА ЛИ РАД НАСТАВНИКА МОЖЕ БИТИ ЛАКШИ?



**е-ОБРАЗОВНА
АКАДЕМИЈА**

Мање стреса,
бољи резултати

Да, може – **Образовна академија** ће вам показати како!

У школској 2019/20. започели смо са **БЕСПЛАТНИМ АКРЕДИТОВАНИМ ПРОГРАМОМ ЕДУКАЦИЈЕ**. Претходне године он је био још садржајнији, а после изузетних утисака учесника, одлучили смо да ове године проширимо програм **ВЕБИНАРИМА ЗА РОДИТЕЉЕ**.

ОБРАЗОВНА АКАДЕМИЈА 2021/22.

Више о програму на: www.klett.rs/akademija

**БУДИТЕ И ВИ УЧЕСНИК
НАШИХ ВЕБИНАРА!**

Придружите се задовољним
полазницима нашег
програма едукације.

ПРИЈАВИТЕ СЕ!

ОБРАЗОВНА АКАДЕМИЈА 2021/22.

1. ОНЛАЈН ПРЕЗЕНТАЦИЈЕ УЏБЕНИКА И ВЕБИНАРИ ОПШТЕГ ТИПА

Будите информисани о садржају нових уџбеника и актуелностима из наставне праксе.

2. АКРЕДИТОВАНИ ОНЛАЈН СТРУЧНИ СКУПОВИ ЗА НАСТАВНИКЕ

Учинићемо све да вам уштедимо време и енергију, нудећи вам предавања врхунских стручњака на актуелне теме.

3. ВЕБИНАРИ ЗА РОДИТЕЉЕ

Очекује вас прегршт вредних смерница за одгајање независног, самопоузданог и одговорног детета.

МНОШТВО
АКТИВНОСТИ
+ БОДОВИ
ЗА СТРУЧНО
УСАВРШАВАЊЕ

Образовна
академија
2020/21.
године

193

онлајн презентације
уџбеника и вебинара
општег типа

21

Акредитовани
вебинар

Укупно
72 296
учесника

1

ОНЛАЈН ПРЕЗЕНТАЦИЈЕ УЏБЕНИКА



**е-ОБРАЗОВНА
АКАДЕМИЈА**

Мање стреса,
бољи резултати

Најлакши начин да се упознате са садржајем нових уџбеника!

Вебинарима присуствујете **из удобности свог дома**, а од аутора или уредника ћете сазнати све информације о новим издањима које вас интересују.

ПРВИ ТЕРМИН: НОВЕМБАР–ДЕЦЕМБАР 2021.

ДРУГИ ТЕРМИН: ФЕБРУАР–МАРТ 2022.

**ТЕРМИНИ ЋЕ
БЛАГОВРЕМЕНО
БИТИ ОБЈАВЉЕНИ
НА:
www.logos-edu.rs**



потврда и бодови за интерно усавршавање

2

АКРЕДИТОВАНИ ОНЛАЈН СТРУЧНИ СКУПОВИ



**е-ОБРАЗОВНА
АКАДЕМИЈА**

Мање стреса,
бољи резултати

Актуелне теме и врхунски стручњаци!

Посебна погодност за све наставнике и наставнице који користе издања Групе Klett Србија.

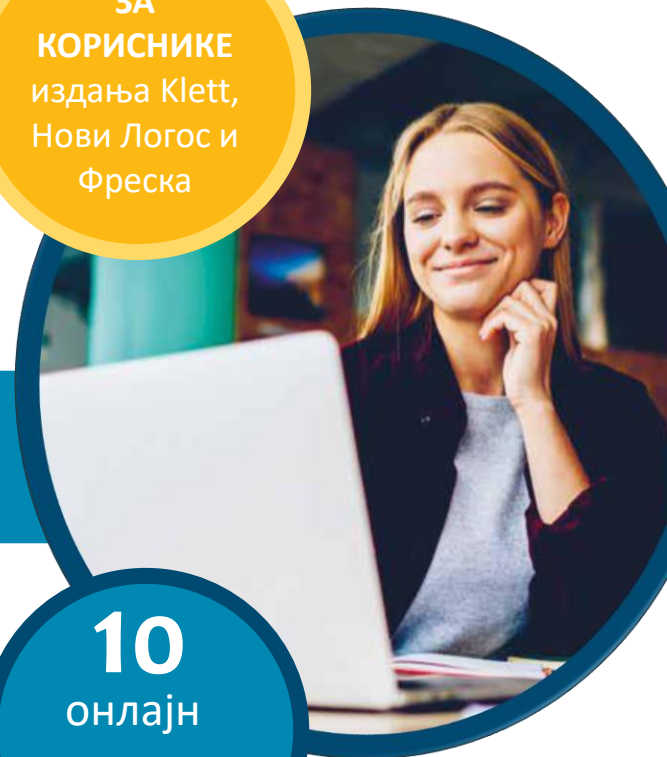


1 бод за стручно усавршавање

Укупно **10 бодова** за стручно усавршавање.

**ЗА
КОРИСНИКЕ**
издања Klett,
Нови Логос и
Фреска

10
онлајн
стручних
скупова



ПРЕДАВАЧИ НА АКРЕДИТОВАНИМ СКУПОВИМА

НЕ ПРОПУСТИТЕ НАШЕ СЈАЈНЕ ПРЕДАВАЧЕ!



Урош Петровић
Књижевник и
аутор концепта
„Загонетна
питања”



Др Ранко Рајовић
Предавач на
Педагошком
факултету у
Копру



Марко Стојановић
Глумац и пантомимичар,
председник Светске
организације
пантомимичара



**е-ОБРАЗОВНА
АКАДЕМИЈА**

Мање стреса,
бољи резултати

И ДРУГИ
ПРИЗНАТИ
СТРУЧЊАЦИ...

10 АКРЕДИТОВАНИХ ТЕМА У 2021/22.

Тема	Термин
1. Авантура ума на школском часу	НОВЕМБАР 2021.
2. Образовне неуронауке у школи – пут од науке до праксе	ДЕЦЕМБАР 2021.
3. Педагошка документација: свеска праћења развоја и напредовања ученика	ДЕЦЕМБАР 2021.
4. Формативно оцењивање: методе, технике и инструменти	ФЕБРУАР 2022.
5. Комуникацијске вештине у школској арени	ФЕБРУАР 2022.
6. Дигитална настава – корак напред или назад?	МАРТ 2022.
7. Знати своје границе је пола добре комуникације	МАРТ 2022.
8. Природне науке кроз НТЦ методологију	АПРИЛ 2022.
9. Мапа ума – начин да учење буде игра	МАЈ 2022.
10. Ко се боји медијске писмености још	МАЈ 2022.



**е-ОБРАЗОВНА
АКАДЕМИЈА**

Мање стреса,
бољи резултати

Више о
програму на:
[www.klett.rs/
akademija](http://www.klett.rs/akademija)

3 ВЕБИНАРИ ЗА РОДИТЕЉЕ



**е-ОБРАЗОВНА
АКАДЕМИЈА**

Мање стреса,
бољи резултати

Пратите
распоред на:
[www.klett.rs/
akademija](http://www.klett.rs/akademija)

ПОГЛЕД НА РОДИТЕЉСТВО ИЗ УГЛА ПСИХОЛОГА

НОВО!

Тема	Термин
1. Бити добар родитељ	НОВЕМБАР 2021.
2. Како до сарадње са дететом	ДЕЦЕМБАР 2021.
3. Како одгајити емоционално писмено дете	ФЕБРУАР 2022.
4. Како одгајити самопоуздано дете	МАРТ 2022.

Јелена Марушић
Психолог и саветник за васпитање

Гледајте вебинаре на *Youtube* каналу *Klett Beograd*

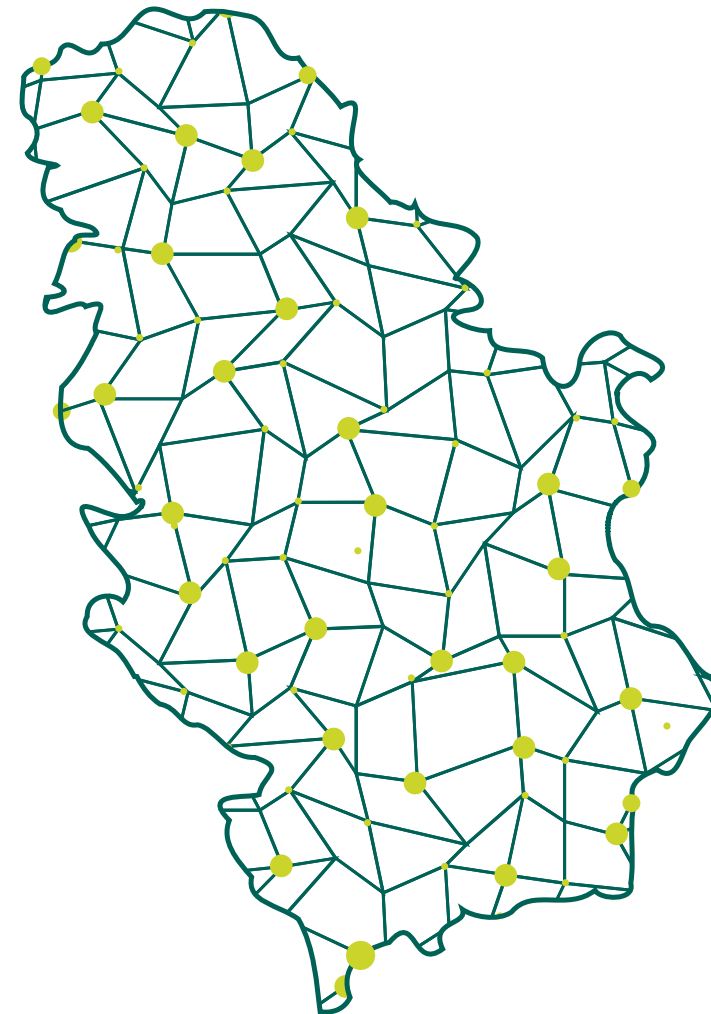


ПРВИ ИЗБОР НАСТАВНИКА У СРБИЈИ



93%

наставника који су
евалуирали
уџбенички комплет
изјаснили су се да би
користили издања
Групе Klett Србија



” МИШЉЕЊА НАСТАВНИКА



Александра Весовић, наставница математике,
ОШ „Емилија Остојић”, Пожега

О УЏБЕНИКУ

„Уџбеник пружа идеје за развијање истраживачке и проблемске наставе. Одлични прикази геометријских тела у простору уз текстуално објашњење омогућавају лакше разумевање и усвајање новог градива. Примери и задаци у вези су са ученичким искуствима и интересовањима.”

О ДИГИТАЛНОМ УЏБЕНИКУ

Дејан Арсин, наставник математике
ОШ „Бранко Радичевић”, Чента



„Дигитални уџбеник близак је данашњој деци. Пратећи садржај и форму штампаног издања, он кроз различите типове интерактивних задатака приближава ученицима математичке појмове и омогућава да их лакше усвајају. Занимљивим филмовима и анимацијама указује на примену математике у свакодневном животу, али и ствара динамичну атмосферу на часу, па представља значајну помоћ наставнику.”

A young girl with two braids is seen from behind, raising her right hand in a classroom. She is wearing a green denim jacket. The background is a blurred classroom with a green chalkboard and other students. A large, semi-transparent green circle is overlaid on the right side of the image.

ВАШЕ МИШЉЕЊЕ?